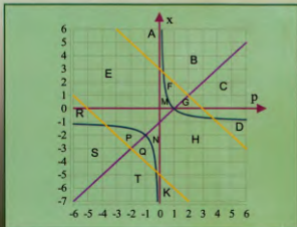


А.А.БЫКОВ

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ

ПО МАТЕМАТИКЕ

Для учащихся 10-х классов



Часть 2

А.А. Быков

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Для учащихся 10-х классов

В двух частях

Часть 2



Издательский дом
Государственного университета — Высшей школы экономики

Содержание

Предисловие	5
Тематические тесты	
Модуль 3	
Тема 29. Тригонометрические функции	6
Тема 30. Тригонометрические формулы	8
Тема 31. Графики тригонометрических функций	11
Тема 32. Множество значений	13
Тема 33. Обратные тригонометрические функции	17
Тема 34. Свойства обратных функций	20
Тема 35. Сложные обратные функции	23
Тема 36. Тригонометрические уравнения, 1	26
Тема 37. Тригонометрические неравенства	29
Тема 38. Тригонометрические уравнения, 2	33
Тема 39. Тригонометрические уравнения, 3	37
Тема 40. Обратные тригонометрические уравнения	40
Тема 41. Обратные тригонометрические неравенства	43
Тема 42. Четырехугольники	47
Тема 43. Вписанные и описанные четырехугольники	49
Тема 44. Подобные фигуры	51
Модуль 4	
Тема 45. Арифметическая прогрессия	54
Тема 46. Геометрическая прогрессия, 1	57
Тема 47. Геометрическая прогрессия, 2	59
Тема 48. Вычисление производной	61

Тема 49. Уравнение касательной	63
Тема 50. Локальный экстремум	66
Тема 51. Исследование графиков функций	68
Тема 52. Производные тригонометрических функций	70
Тема 53. Применение производной	72
Тема 54. Графические методы, модуль	74
Тема 55. Графические методы, окружность	78
Тема 56. Основные операции над векторами	81
Тема 57. Свойства векторов	82
Тема 58. Уравнения и неравенства с параметром	85
Тема 59. Системы с параметром	88
Контрольные работы	
Модуль 3	
Вариант 3-1	93
Вариант 3-2	97
Вариант 3-3	102
Вариант 3-4	107
Вариант 3-5	112
Вариант 3-6	117
Модуль 4	
Вариант 4-1	121
Вариант 4-2	126
Вариант 4-3	131
Вариант 4-4	136
Вариант 4-5	141
Вариант 4-6	147
Ответы	
Тематические тесты	153
Контрольные работы	155

Предисловие

Пособие предназначено для школьников 10-го класса, готовящихся к экзамену по математике в формате ЕГЭ. Программа 10-го класса разделена на четыре модуля, каждый из которых завершается тематической контрольной работой.

Основным обучающим элементом по каждой теме является мини-тест, включающий 8—10 задач, в том числе 4—6 простых, 3—4 средней сложности и 1—2 сложные задачи. Как правило, для каждой задачи дается пять вариантов ответа, один из которых верный. Это позволяет преподавателю проверить результаты сразу же по окончании работы и немедленно поставить оценку. Учебное занятие начинается с проверки домашнего задания, за которое также немедленно выставляется оценка каждому слушателю. Такая форма работы, принятая на факультете довузовской подготовки Государственного университета — Высшей школы экономики (ГУ ВШЭ) по всем предметам, позволяет преподавателю планировать учебный процесс, а слушателю правильно распределить свое время. В некоторых задачах мини-тестов, имеющих чисто учебный характер, число ответов может быть меньше пяти. Одна из тем (элементы комбинаторики, тема 18), которая появилась в спецификациях ЕГЭ в последний год, представляет для слушателей особенную сложность, поэтому для каждой задачи дан полный ответ. В пособии приводятся два варианта каждого мини-теста. Один из них предназначен для разбора в аудитории, второй — для контроля степени усвоения материала. Пособие содержит также по шесть вариантов контрольных работ (30 задач с ответами) на каждый модуль.

Автор благодарен всем преподавателям факультета довузовской подготовки Государственного университета — Высшей школы экономики за ценные замечания.

Тематические тесты

Модуль 3

Тема 29. Тригонометрические функции Вариант 1

1. Числовое значение выражения $2 \sin(30^\circ)$ равно

- 1 2 $\sqrt{3}$ $\sqrt{2}$ 1 0

2. Выражение $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$ равно

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ $1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$ $1 + \sqrt{3}$ $1 - \sqrt{3}$ $\sqrt{3}$

3. Выражение $\frac{\operatorname{tg} 2,6\pi \cdot \cos 0,9\pi}{\sin 0,4\pi \cdot \operatorname{ctg} 0,1\pi}$ равно

- 1 -1 $\sin 0,1\pi$ $-\cos 0,1\pi$ $\sin 0,2\pi$

4. Выражение $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}(8\pi - x)$ тождественно равно

- $-\sin x$ $\cos x$ $\sin x$ $-\cos x$ $\operatorname{tg}^2 x \cdot \sin x$

5. Если $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\sin 2x$ равен

- 0,25 0,25 -0,75 0,75 0,5

6. Вычислите $\cos 195^\circ$.

- $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

- $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$

7. Значение выражения $3(\operatorname{tg}^2 30^\circ + \operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{ctg}^2 30^\circ + \operatorname{ctg}^2 60^\circ)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

8. Величины $a = \sin 1$, $b = \sin 2$, $c = \sin 3$ удовлетворяют неравенствам

- 1 $a < b < c$ 2 $b < a < c$ 3 $a < c < b$ 4 $b < c < a$ 5 $c < a < b$

9. Если $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 4$, то значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$ равно

- 1 $4\sqrt{2}$ 2 $16\sqrt{2}$ 3 14 4 16 5 18

10. Значение выражения $\sqrt{3} \frac{\cos(20^\circ) + 2 \cos(100^\circ)}{\sin(20^\circ)}$ равно

- 1 1 2 2 3 $\sqrt{3}$ 4 3 5 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Вариант 2

1. Числовое значение выражения $2 \cos(30^\circ)$ равно

- 1 2 2 $\sqrt{3}$ 3 $\sqrt{2}$ 4 1 5 0

2. Выражение $\sin \frac{5\pi}{6} - 2 \cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{4\pi}{3}$ равно

- 1 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\sqrt{3}$ 4 $\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}$ 5 $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

3. Значение выражения $\frac{\cos 0,9\pi \cdot \operatorname{tg} 1,6\pi \cdot \operatorname{tg} 0,1\pi}{\sin 0,6\pi}$ равно

- 1 -5 2 4 3 -3 4 -1 5 1

4. Выражение $\sin(\pi + x) \cdot \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ тождественно равно

- 1 $\cos^2 x$ 2 $-\cos^2 x$ 3 $\sin^2 x$ 4 $-\sin^2 x$ 5 $\sin x \cdot \cos x$

5. Если $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$, то $\sin 2x$ равен

- 1 $-0,25$ 2 $0,25$ 3 $-0,75$ 4 $0,75$ 5 $0,5$

6. Вычислите $\cos 255^\circ$.

- 1 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 2 $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 3 $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$ 4 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 5 $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

7. Если $x = \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 6^\circ \cdot \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 12^\circ \dots \operatorname{tg} 84^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ$, то

- 1 $x \in (0; 0,25)$ 2 $x \in [0,25; 0,5)$ 3 $x \in [0,5; 1)$ 4 $x \in [1; 2)$
 5 $x \in [2; 999)$

8. Значение выражения $||\sin 44^\circ - \operatorname{tg} 44^\circ| - |\operatorname{ctg} 46^\circ - \cos 46^\circ||$ равно

- 1 0 2 $2 \sin 44^\circ$ 3 $-2 \cos 46^\circ$ 4 $2 \operatorname{tg} 44^\circ$ 5 $2 \operatorname{ctg} 44^\circ$

9. Величины $a = \cos 1$, $b = \cos 2$, $c = \cos 3$ удовлетворяют неравенствам

- 1 $a < b < c$ 2 $b < a < c$ 3 $a < c < b$ 4 $b < c < a$ 5 $c < b < a$

10. Если $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 4$, то значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$ равно

- 1 $4\sqrt{2}$ 2 $16\sqrt{2}$ 3 14 4 16 5 18

11. Значение выражения $\frac{\sin(50^\circ) + 2 \cos(80^\circ)}{\sin(40^\circ)}$ равно

- 1 1 2 2 3 $\sqrt{3}$ 4 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 5 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Тема 30. Тригонометрические формулы

Вариант 1

1. Если $\cos x = 0,8$ и $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, то значение выражения

$\sin 2x$ равно

- 1 $0,96$ 2 $-0,96$ 3 $-0,48$ 4 $0,48$ 5 $0,24$

2. Вычислите $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = -0,2$ и $\pi < x < 2\pi$.

1 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 2 $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ 3 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ 4 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ 5 $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

3. Выражение $\sqrt{0,5 + 0,5 \cdot \sqrt{0,5 + 0,5 \cdot \cos x}}$ при условии $x \in \left(2\pi; \frac{5\pi}{2}\right)$ равно

1 $-\cos \frac{x}{4}$ 2 $\cos \frac{x}{4}$ 3 $-\sin \frac{x}{4}$ 4 $\sin \frac{x}{4}$ 5 0

4. Значение выражения $56 \cos(20^\circ) \cos(40^\circ) \cos(80^\circ)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Нарисуйте на плоскости $(x; y)$ все точки, для которых

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y} \quad (\text{в ответах } n \in \mathbf{Z}, m \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}).$$

1 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n \cap y = \frac{\pi}{2} + \pi m \cap x + y = \frac{\pi}{2} + \pi k$

2 $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \cap y \neq \frac{\pi}{2} + \pi m \cap x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

3 $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \cup y \neq \frac{\pi}{2} + \pi m \cup x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

4 $x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n \cap y \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi m \cap x + y \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

5 $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \cap y \neq \frac{\pi}{2} + \pi m$

6. Для скольких выражений из числа представленных числовое значение принадлежит промежутку $[0; 1]$?

a) $\sin 1 + \cos 1$ b) $\sin 2 + \cos 2$ c) $\sin 3 + \cos 3$ d) $\sin 4 + \cos 4$

e) $\sin 5 + \cos 5$ f) $\sin 6 + \cos 6$

1 для одного 2 для двух 3 для трех 4 для четырех

5 для пяти

Вариант 2

1. Сколько тождеств имеется среди следующих равенств:

(1) $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$,

(2) $\cos(x - y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$,

(3) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$,

(4) $\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$,

(5) $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$?

2. Выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)$ равно

1 $-2 \cos x$ 2 $2 \cos x$ 3 0 4 $-2 \sin x$ 5 $2 \sin x$

3. Если $\cos x = 0,8$ и $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ то $\operatorname{tg} 2x$ равен

1 $-\frac{4}{3}$ 2 $-\frac{3}{4}$ 3 $-\frac{24}{7}$ 4 $\frac{24}{7}$ 5 $\frac{4}{3}$

4. Значение выражения $\cos 195^\circ \cos 105^\circ + \sin 105^\circ \cos 75^\circ$ равно

1 0 2 $-\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Значение выражения $128 \cos \frac{\pi}{17} \cos \frac{2\pi}{17} \cos \frac{4\pi}{17} \cos \frac{8\pi}{17} + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Значение выражения $\sqrt{2} \left(\sin^4 \frac{3\pi}{8} - \cos^4 \frac{3\pi}{8} \right)$ равно

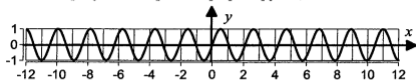
1 1 2 $2\sqrt{2}$ 3 $-2\sqrt{2}$ 4 -1 5 $-\sqrt{2}$

7. Нарисуйте на плоскости $(x; y)$ все точки, для которых $2 \sin x \sin y = \cos(x + y) + \cos(x - y)$.

Тема 31. Графики тригонометрических функций

Вариант 1

1. На рисунке изображен график функции



1 $y = 3 \sin x$
 2 $y = \frac{1}{3} \sin x$
 3 $y = \sin x$
 4 $y = \sin \frac{x}{3}$

5 $y = \sin 3x$

2. Сколько корней имеет уравнение $\cos x = 1 + \frac{2x}{\pi}$?

1 один
 2 два
 3 три
 4 четыре
 5 пять

3. Наименьший положительный период функции

$y = 7 \cos\left(\frac{\pi x}{12}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi x}{18}\right)$
 равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1
 2
 3
 4
 5
 0

4. Единственной четной среди приведенных функций является

1 $y = \cos x - \sin x \cdot \cos x$
 2 $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + 1$

3 $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$
 4 $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$
 5 $y = \sin^3 x \cdot \cos^3 x$

5. Если $A = \sin(0,47) + \sin(0,49)$, $B = 2 \sin(0,48)$, то

1 $A > B$
 2 $A < B$
 3 $A = B$

6. Если $A = \operatorname{tg}(0,47) + \operatorname{tg}(0,49)$, $B = 2 \operatorname{tg}(0,48)$, то

1 $A > B$
 2 $A < B$
 3 $A = B$

7. Укажите наибольшую длину промежутка, на котором функция (a) $y = \operatorname{tg}(x)$, (b) $y = \operatorname{tg}(2x)$, (c) $y = \sin(x - 1)$, (d) $y = \sin(2x - 1)$ является возрастающей.

1 (a) π , (b) $\frac{\pi - 1}{2}$, (c) π , (d) $\frac{\pi}{2} - 1$

2 (a) π , (b) 2π , (c) π , (d) 2π 3 (a) π , (b) $\frac{\pi}{2}$, (c) π , (d) $\frac{\pi}{2}$

4 (a) π , (b) $2\pi - 1$, (c) π , (d) $2\pi - 1$

5 (a) π , (b) $\frac{\pi - 1}{2}$, (c) π , (d) $\frac{\pi - 1}{2}$

8. Если график функции $y = \operatorname{tg}(x)$ сдвинуть вправо на 1 и затем вверх на 1, то наименьший по модулю корень

1 уменьшится 2 увеличится 3 не изменится

9. Если график функции $y = \sin(x)$ сдвинуть вправо на 0,5 и затем вверх на 0,5, то наименьший по модулю корень

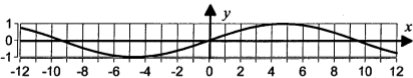
1 уменьшится 2 увеличится 3 не изменится

10. Наибольшее значение функции $y = 6 - 4\sin(x + 3)$ равно

1 2 2 4 3 13 4 6 5 10

Вариант 2

1. На рисунке изображен график функции



1 $y = 3\sin x$ 2 $y = \frac{1}{3}\sin x$ 3 $y = \sin x$ 4 $y = \sin \frac{x}{3}$

5 $y = \sin 3x$

2. Сколько корней имеет уравнение $\sin x = -\frac{2x}{3\pi}$?

1 один 2 два 3 три 4 четыре 5 пять

3. Единственной нечетной среди приведенных функций является

1 $y = \sin x + \sin^2 x + \sin 3x$ 2 $y = x \operatorname{tg} x \cdot \cos x$

3 $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ 4 $y = \operatorname{tg}^3 x \cdot \operatorname{ctg}^3 x$ 5 $y = \sin^3 x + \cos^3 x$

4. Число, равное наименьшему положительному периоду функции $y = 4 \sin\left(\frac{3\pi}{4}x\right) + 5 \sin\left(\frac{6\pi}{5}x\right)$, принадлежит промежутку

1 $0 < T \leq 13$ 2 $13 < T \leq 15$ 3 $15 < T \leq 17$ 4 $17 < T \leq 19$

5 $19 < T \leq 99$

5. Если $A = \cos(1,66) + \cos(1,7)$, $B = 2 \cos(1,68)$, то

1 $A > B$ 2 $A < B$ 3 $A = B$

6. Если $A = \operatorname{tg}(3,1415926533) + \operatorname{tg}(3,1415926535)$,
 $B = 2 \operatorname{tg}(3,1415926534)$ и $\pi = 3,14159265359\dots$, то

1 $A > B$ 2 $A < B$ 3 $A = B$

7. Если график функции $y = \operatorname{tg} x$ сдвинуть вправо на 1 и затем вверх на 1, то значение полученной таким образом функции в точке $x = 0$

1 положительно 2 отрицательно 3 равно нулю

8. Если график функции $y = \sin x$ сдвинуть вправо на 0,1 и затем вверх на 0,1, то значение полученной таким образом функции в точке $x = 0$

1 положительно 2 отрицательно 3 равно нулю

Тема 32. Множество значений

Вариант 1

1. Множество значений функции $y = \frac{90}{7 - 2 \cos 3x}$ представляет собой промежуток. Найдите остаток от деления длины этого промежутка на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Укажите множество значений функции $y = \frac{8}{5 \sin(2x) - 3}$.

- 1 $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ 2 $[-1; 4]$ 3 $(-\infty; 4]$ 4 $[-1; +\infty)$
 5 $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$

3. Наибольшее значение функции $y = \sqrt{3} \cdot \sin x - \sqrt{6} \cdot \cos x$ равно

- 1 $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ 2 9 3 3 4 $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ 5 $\sqrt{18}$

4. Значение выражения $8\sqrt{2} \left(\cos^6 \frac{\pi}{8} - \sin^6 \frac{\pi}{8} \right)$ равно

- 1 6 2 7 3 3 4 4 5 5

5. Множество значений функции $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ представляет собой промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{1}{4}$ 2 $\frac{7}{8}$ 3 $\frac{1}{8}$ 4 $\frac{1}{2}$ 5 $\frac{3}{4}$

6. Наименьшее значение функции $64 \cos^2 x + 16 \cos x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Наименьшее значение функции $16 \cos^2 x + 64 \cos x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Укажите множество значений функции $\cos^2 x + \sin x - 0,5$.

- 1 $[-1,5; 0,75]$ 2 $[0,5; +\infty)$ 3 $[0,5; 1,5]$ 4 $[0; 0,75]$
 5 $[0,25; 1]$

9. Наименьшее значение функции $\cos^2 x - 8\sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} + 10$ равно
 1 2 3 4 5

10. Наименьшее значение функции $\operatorname{tg}^2 x + 36 \cos^2 x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
 1 2 3 4 5 0

11. Наименьшее значение функции $36 \operatorname{tg}^2 x + \cos^2 x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен
 1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Множество значений функции $y = \frac{36}{7 - 3 \cos x - 4 \sin x}$ представляет собой промежуток. Найдите остаток от деления длины этого промежутка на 5.

1 2 3 4 5 0

2. Множество значений функции $y = \frac{80}{5 \sin x + 12 \cos x - 3}$ представляет собой

1 промежуток, длина которого равна 13

2 промежуток, длина которого равна 26

3 промежуток, длина которого равна 20

4 всю числовую ось, из которой исключен промежуток, длина которого равна 13

5 всю числовую ось, из которой исключен промежуток, длина которого равна 16

3. Укажите число, наименее отличающееся от наименьшего положительного числа, принадлежащего множеству значений функции $y = \frac{1}{\sqrt{17} \cdot \sin x - \sqrt{15} \cdot \cos x}$.

1 0,125 2 0,25 3 0,0625 4 8 5 16

4. Значение выражения $8\sqrt{2} \left(\sin^8 \frac{3\pi}{8} - \cos^8 \frac{3\pi}{8} \right)$ равно

1 6 2 7 3 3 4 4 5 5

5. Множество значений функции $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ представляет собой промежуток, длина которого равна

1 $\frac{1}{4}$ 2 $\frac{7}{8}$ 3 $\frac{1}{8}$ 4 $\frac{1}{2}$ 5 $\frac{3}{4}$

6. Наименьшее значение функции $9 \cos^2 x + 6 \cos x + 33$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Наименьшее значение функции $9 \cos^2 x + 24 \cos x + 33$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Множество значений функции

$8 - \cos^3 x + 6 \cos^2 x - 12 \cos x$ совпадает с отрезком, длина которого равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Наибольшее значение функции $\cos^2 x + 4\sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}}$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

10. Наименьшее значение функции $169 \operatorname{tg}^2 x + 81 \cos^2 x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Наименьшее значение функции $81 \operatorname{tg}^2 x + 169 \cos^2 x + 100$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 33. Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

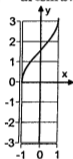
1. Укажите область определения функции $\arcsin(x)$.

- 1 $[-\pi/2; \pi/2]$ 2 $[0; \pi]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $(-\pi/2; \pi/2)$ 5 $(-1; 1)$

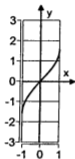
2. Укажите множество значений функции $\arcsin(x)$.

- 1 $[-\pi/2; \pi/2]$ 2 $[0; \pi]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $(-\pi/2; \pi/2)$ 5 $(-1; 1)$

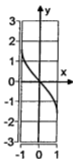
3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \arcsin x$.



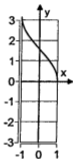
1



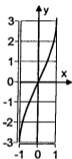
2



3



4



5

4. Вычислите значение выражения $\frac{18}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Вычислите значение выражения $\frac{144}{\pi} \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Значение выражения $\operatorname{tg} \left(\arccos \frac{1}{3} \right)$ равно

- 1 $\frac{3}{4}$ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $2\sqrt{2}$ 4 $-2\sqrt{2}$ 5 $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

7. Выражение $\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$ равно

- 1 $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$ 2 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ 5 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$

8. Найдите сумму всех различных значений параметра p , при которых график функции $(p^2 + 6) \cdot \arcsin(x) + 5p \cdot \arccos(x)$ выглядит как отрезок прямой линии, и укажите остаток от деления ближайшего целого числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

9. Наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $\arcsin x = px$ имеет ровно три различных корня, равно

- 1 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{2}{\pi}$ 4 $\frac{1}{2}$ 5 2

10. Дверь в кладовку, где хранился мешок с кормом, была приоткрыта. Прибежал Билл и съел x_1 кг корма, затем прибежал Джек и съел x_2 кг, затем Билл съел x_3 кг, затем Джек — x_4 кг и т.д., причем $x_1 = 2$, а для всех последующих номеров $x_{n+1} = \arcsin \sqrt{0,5 - 0,5 \cos(0,5 \cdot x_n)}$. Найдите наименьшее количество корма (в кг), достаточное для прокорма двух собак в течение неограниченного времени.

- 1 2 3 4 5

Вариант 2

1. Укажите область определения функции $\arccos(x)$.

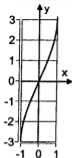
- 1 $[-\pi/2; \pi/2]$ 2 $(-1; 1)$ 3 $[0; \pi]$ 4 $[-1; 1]$ 5 $(-\pi/2; \pi/2)$

2. Укажите множество значений функции $\arccos(x)$.

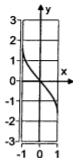
- 1 $[-\pi/2; \pi/2]$ 2 $[0; \pi]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $(-\pi/2; \pi/2)$ 5 $(0; \pi)$

3. Укажите рисунок, на котором изображен график функции

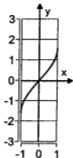
$$y = \arccos x.$$



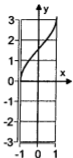
1



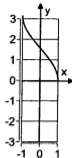
2



3



4



5

4. Вычислите значение выражения $\frac{72}{\pi} \arccos \frac{-1}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Вычислите значение выражения $100 + \frac{36}{\pi} \arcsin \frac{-\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Значение выражения $\operatorname{tg} \left(\arccos \frac{-1}{\sqrt{5}} \right)$ равно

1 2 2 -2 3 $\sqrt{6}$ 4 $-\sqrt{6}$ 5 $\frac{-1}{\sqrt{6}}$

7. Выражение $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{1}}{3} + \arccos \left(-\frac{2}{3} \right) \right)$ равно

1 $\frac{\sqrt{40} + \sqrt{4}}{3}$ 2 $\frac{\sqrt{40} - \sqrt{4}}{3}$ 3 $\frac{-\sqrt{40} - \sqrt{4}}{9}$ 4 $\frac{\sqrt{40} - \sqrt{4}}{9}$

5 $\frac{-\sqrt{40} + \sqrt{4}}{9}$

8. Укажите все значения параметра p , при которых функция $(p^2 + 5) \cdot \arcsin(x) + 6p \cdot \arccos(x)$ возрастает на всей своей области определения.

1 (2; 3) 2 $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ 3 (1; 5)

4 $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ 5 пустое множество

9. Наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $\arccos x = \arcsin x + p$ имеет корень, равно

1 3 2 $\frac{2}{3\pi}$ 3 $\frac{\pi}{2}$ 4 π 5 $\frac{3\pi}{2}$

10. Дверь в кладовку, где хранился мешок с кормом, была приоткрыта. Прибежал Билл и съел x_1 кг корма, затем прибежал Джек и съел x_2 кг, затем Билл съел x_3 кг, затем Джек — x_4 кг и т.д., причем $x_1 = 3$, а для всех последующих номеров $x_{n+1} = 0,5 \arcsin \sqrt{0,5 - 0,5 \cos(0,5 \cdot x_n)}$. Найдите наименьшее количество корма (в кг), достаточное для прокорма двух собак в течение неограниченного времени.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

Тема 34. Свойства обратных функций

Вариант 1

1. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, область определения которых совпадает со множеством всех действительных чисел.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

2. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые определены для всех x , принадлежащих отрезку $[0; 3]$.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 пять

3. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые определены для всех x , принадлежащих интервалу $(-\pi; \pi)$.

1 три 2 четыре 3 пять 4 шесть 5 семь

4. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые являются четными.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 пять

5. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые являются строго возрастающими на всей своей области определения.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

6. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, для которых уравнение $y(x) = 0$ не имеет корней.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

7. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений которых представляет собой интервал длиной π (не включающий концы).

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

8. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений которых представляет собой отрезок $[0; \pi]$.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

9. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений

которых представляет собой отрезок длиной π (включающий концы).

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

Вариант 2

1. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые определены для всех x из множества $[-1; 1]$.

1 четыре 2 пять 3 шесть 4 семь 5 восемь

2. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые определены для всех x , принадлежащих интервалу $(0; 3)$.

1 три 2 четыре 3 пять 4 шесть 5 семь

3. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, область определения которых представляет собой отрезок длиной 2 (включающий концы).

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

4. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые являются нечетными.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 пять

5. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, для которых $f(0)$ существует и является положительным числом.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

6. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, которые являются строго убывающими на всей своей области определения.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

7. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений которых представляет собой интервал длиной 2 (не включающий концы).

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

8. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений которых совпадает со множеством всех действительных чисел.

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

9. Укажите количество функций из набора $\{\sin x; \cos x; \operatorname{tg} x; \operatorname{ctg} x; \arcsin x; \arccos x; \operatorname{arctg} x; \operatorname{arcctg} x\}$, множество значений которых представляет собой отрезок длиной 2 (включающий концы).

1 одна 2 две 3 три 4 четыре 5 ни одной

Тема 35. Сложные обратные функции

Вариант 1

1. Все значения x , для которых $\arcsin(\sin x) = x$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ 2 $[0; \pi]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ 5 $(-\infty; +\infty)$

2. Все значения x , для которых $\sin(\arcsin x) = x$, образуют множество

1 $(-1; 1)$ 2 $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ 3 $[-1; 1]$ 4 $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ 5 $(-\infty; +\infty)$

3. Все значения x , для которых $\arccos(\cos x) = 2\pi - x$, образуют множество

1 $[0; \pi]$ 2 $[\pi/2; 3\pi/2]$ 3 $[\pi; 2\pi]$ 4 $[-\pi; \pi]$ 5 $[3\pi/2; 5\pi/2]$

4. Найдите значение выражения $17 + \frac{17}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{2003\pi}{17}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

5. Числовое значение выражения $\frac{22}{\pi} \arccos\left(\sin \frac{3\pi}{11}\right)$ равно

- 1 3 5 7 9

6. Выражение $\cos(2 \arccos x)$ тождественно равно

- 1 $-2x^2$ 2 $x(1-x^2)$ 3 $2x^2-1$ 4 $2x\sqrt{1-x^2}$ 5 $1-x^2$

7. Выражение $\sin(3 \arcsin x)$ тождественно равно

- 1 $4x-3x^3$ 2 $4x^3-3x$ 3 $3x(1-x^2)$ 4 $3x^3-4x$ 5 $3x-4x^3$

8. Значение выражения $65 \sin\left(\arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{4}{5}\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

9. Значение выражения $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$ равно

- 1 $\operatorname{arctg} \frac{2}{3}$ 2 $\operatorname{arctg} \frac{3}{2}$ 3 $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$ 4 $\operatorname{arctg} \frac{4}{3}$ 5 $\operatorname{arctg} \frac{1}{1}$

10. Угол между прямыми на плоскости $y = 2x$ и $y = 0,5x$ равен

- 1 $\operatorname{arctg} \frac{12}{5}$ 2 $\operatorname{arctg} \frac{5}{4}$ 3 $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ 4 $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$ 5 $\operatorname{arctg} 2$

Вариант 2

1. Все значения x , для которых $\arccos(\cos x) = x$, образуют множество

- 1 $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ 2 $[0; \pi]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ 5 $(-\infty; +\infty)$

2. Все значения x , для которых $\cos(\arccos x) = x$, образуют множество

- 1 $(-1; 1)$ 2 $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ 3 $[-1; 1]$ 4 $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ 5 $(-\infty; +\infty)$

3. Все значения x , для которых $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, образуют множество

- 1 $[0; \pi]$ 2 $[\pi/2; 3\pi/2]$ 3 $[\pi; 2\pi]$ 4 $[-\pi; \pi]$ 5 $[3\pi/2; 5\pi/2]$

4. Найдите значение выражения $17 + \frac{17}{\pi} \arccos\left(\cos \frac{2003\pi}{17}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Значение выражения $\frac{26}{\pi} \arccos\left(\sin \frac{17\pi}{13}\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Выражение $\sin(2 \arcsin x)$ тождественно равно

- 1 $x\sqrt{1-x^2}$ 2 $x(1-x^2)$ 3 $2x(1-x^2)$ 4 $2x\sqrt{1-x^2}$ 5 $1-x^2$

7. Выражение $\cos(3 \arccos x)$ тождественно равно

- 1 $4x - 3x^3$ 2 $4x^3 - 3x$ 3 $3x(1-x^2)$ 4 $3x^3 - 4x$ 5 $3x - 4x^3$

8. Значение выражения $65 \sin\left(\arccos \frac{12}{13} + \arccos\left(\frac{-3}{5}\right)\right)$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Значение выражения $\arctg \frac{1}{7} + \arctg \frac{1}{8}$ равно

- 1 $\arctg \frac{2}{5}$ 2 $\arctg \frac{3}{5}$ 3 $\arctg \frac{4}{11}$ 4 $\arctg \frac{3}{11}$ 5 $\arctg \frac{37}{55}$

10. Угол между прямыми на плоскости $y = 3x$ и $y = x/3$ равен
- 1 $\arctg \frac{12}{5}$ 2 $\arctg \frac{4}{3}$ 3 $\arctg \frac{3}{5}$ 4 $\arctg \frac{3}{4}$ 5 $\arctg \frac{3}{2}$

Тема 36. Тригонометрические уравнения, 1

Вариант 1

1. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- 1 7 2 8 3 9 4 4 5 5

2. Произведение всех корней уравнения $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, принадлежащих промежутку $0 < x < 2\pi$, равно

1 $\frac{5\pi^2}{36}$ 2 $\frac{35\pi^2}{16}$ 3 $\frac{3\pi^2}{16}$ 4 $\frac{\pi^2}{36}$ 5 $\frac{2\pi^2}{9}$

3. Укажите второй по величине положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$.

- 1 20 2 16 3 22 4 14 5 8

4. Сумма всех различных корней уравнения $\sin 2x = \cos x$, принадлежащих промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, равна

1 2π 2 $\frac{13}{6}\pi$ 3 $\frac{17}{6}\pi$ 4 3π 5 5π

5. Наименьший положительный корень уравнения

$\sqrt{\cos x} = \sqrt{-\sin x}$ расположен на числовой оси ближе всего к числу

1 $\frac{\pi}{2}$ 2 $\frac{3\pi}{4}$ 3 π 4 $\frac{5\pi}{4}$ 5 $\frac{3\pi}{2}$

6. Укажите множество всех корней уравнения

$$\sqrt{\sin x + \cos x} = \sqrt{\sin x + \cos x}.$$

- 1 $\left[2\pi m - \frac{\pi}{4}; 2\pi m + \frac{3\pi}{4}\right]$ 2 $\left[2\pi m + \frac{\pi}{4}; 2\pi m + \frac{3\pi}{4}\right]$
 3 $\left[2\pi m - \frac{3\pi}{4}; 2\pi m + \frac{3\pi}{4}\right]$ 4 $\left[2\pi m - \frac{3\pi}{4}; 2\pi m + \frac{\pi}{4}\right]$
 5 $\left[2\pi m - \frac{\pi}{4}; 2\pi m + \frac{\pi}{4}\right], m \in \mathbf{Z}$

7. Сколько уравнений из перечисленных не имеют корней?

- (a) $\sin x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{7}{6}} + \sqrt{\frac{5}{6}} \right)$, (b) $\sin x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{7}{6}} + \sqrt{\frac{6}{7}} \right)$,
(c) $\sin x = \sin \sqrt{2}$, (d) $\sin x = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$, (e) $\sin x = \arcsin(0,5)$,
(f) $\sin x = \arccos(0,5)$.

- 1 одно 2 два 3 три 4 четыре 5 пять

8. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin x = \sin(3).$$

- 1 $\pi - 3$ 2 $\arcsin(\pi - 3)$ 3 $3 - \pi$ 4 $\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}$ 5 3

9. Все корни уравнения $\frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\sin x} = 1$ образуют множество

($m \in \mathbf{Z}$)

- 1 $(\pi m; \frac{\pi}{2} + \pi m)$ 2 $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \frac{\pi}{2} + 2\pi m)$ 3 $(2\pi m; \pi + 2\pi m)$
 4 $(-\infty; +\infty)$ 5 $(-\frac{\pi}{4} + \pi m; \frac{\pi}{4} + \pi m)$

10. Все корни уравнения $1 + \cos 2x = 6 \cdot \sin^2 x$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

- 1 $x = \frac{\pi}{3} + \pi m$ 2 $x = \frac{\pi}{6} + \pi m$ 3 $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi m$
 4 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi m$ 5 $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi m$

Вариант 2

1. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}.$$

- 1 7 2 8 3 9 4 4 5 5

2. Произведение всех корней уравнения $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащих промежутку $0 < x < 2\pi$, равно

- 1 $\frac{15\pi^2}{16}$ 2 $\frac{3\pi^2}{16}$ 3 $\frac{2\pi^2}{9}$ 4 $\frac{35\pi^2}{36}$ 5 $\frac{8\pi^2}{9}$

3. Укажите второй по величине положительный корень уравнения $\cos\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

- 1 22 2 8 3 16 4 20 5 14

4. Сумма всех различных корней уравнения

$\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$, принадлежащих промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, равна

- 1 2π 2 $\frac{13}{6}\pi$ 3 $\frac{17}{6}\pi$ 4 3π 5 5π

5. Наименьший положительный корень уравнения

$\sqrt{-\sqrt{3} \cos x} = \sqrt{-\sin x}$ расположен на числовой оси ближе всего к числу

- 1 $\frac{\pi}{4}$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{3\pi}{4}$ 4 $\frac{5\pi}{4}$ 5 $\frac{7\pi}{4}$

6. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$\sqrt{\cos x - 3 \sin x} = \sqrt{2 \cos x - 2 \sin x}$.

- 1 положительных корней нет 2 $\frac{\pi}{4}$ 3 $\frac{3\pi}{4}$ 4 $\frac{5\pi}{4}$ 5 $\frac{7\pi}{4}$

7. Сколько уравнений из перечисленных далее имеют более

одного корня на промежутке $(0; 2\pi)$?

(a) $\sin 2x = \sin x$, (b) $\sin 2x + 2 \sin x = 0$, (c) $19 \sin 2x = 36 \sin x$,

(d) $18 \sin 2x = 38 \sin x$, (e) $\cos 2x = 10(\cos x - \sin x)$,

(f) $\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = 3$.

1 одно 2 два 3 три 4 четыре 5 пять

8. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos x = \cos(5)$.

1 5 2 $\arccos(2\pi - 5)$ 3 $3\pi - 5$ 4 $5 - \pi$ 5 $2\pi - 5$

9. Все корни уравнения $\cos x = \sqrt{0,5 + 0,5 \cos 2x}$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

1 $(-\pi/2 + 2\pi m; \pi/2 + 2\pi m)$ 2 $[-\pi/2 + 2\pi m; \pi/2 + 2\pi m]$

3 $(2\pi m; \pi + 2\pi m)$ 4 $(-\infty; +\infty)$ 5 $[-\pi/4 + \pi m; \pi/4 + \pi m]$

10. Все корни уравнения $3 + 3 \cos 2x = 2 \cdot \sin^2 x$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

1 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi m$ 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m$ 3 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m$ 4 $\frac{\pi}{6} + \pi m$

5 $\pm \frac{\pi}{3} + \pi m$

Тема 37. Тригонометрические неравенства Вариант 1

1. Все решения неравенства $\cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащие отрезку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{5\pi}{6}$ 2 $\frac{7\pi}{6}$ 3 $\frac{5\pi}{3}$ 4 $\frac{11\pi}{6}$ 5 $\frac{4\pi}{3}$

2. Решите неравенство $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

1 $(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n)$ 2 $(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$

3 $(-\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n)$ 4 $(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n)$

5 $(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n)$

3. Все решения неравенства $\frac{1}{\sin x} < \frac{2}{\sqrt{3}}$, принадлежащие промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют

1 промежуток длиной $\frac{\pi}{3}$ 2 промежуток длиной $\frac{2\pi}{3}$

3 промежуток длиной $\frac{4\pi}{3}$

4 два промежутка суммарной длины $\frac{4\pi}{3}$

5 два промежутка суммарной длины $\frac{5\pi}{3}$

4. Наибольшая возможная длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$-\sqrt{3} \leq \operatorname{tg} x \leq -\frac{1}{\sqrt{3}}$, равна

1 $\frac{\pi}{12}$ 2 $\frac{\pi}{8}$ 3 $\frac{\pi}{6}$ 4 $\frac{\pi}{4}$ 5 $\frac{\pi}{3}$

5. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\sin^2 x \leq \frac{1}{4}$, равна

1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{3\pi}{4}$ 4 $\frac{2\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{6}$

6. Все решения неравенства $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \geq \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $x \in [-\pi; \pi]$, образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{2\pi}{3}$ 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

7. Сколько целых чисел $x \in [0; 6]$ являются решениями неравенства $\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) \cdot \left(\sin\frac{\pi x}{6}\right)^{-1} \geq -1$?

1 одно или ни одного 2 два 3 три 4 четыре

5 пять или больше пяти

8. Все решения неравенства $\cos^4 x - \sin^4 x \geq -\frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{\pi}{6}$ 2 $\frac{\pi}{3}$ 3 $\frac{\pi}{2}$ 4 $\frac{2\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{6}$

9. Все значения x , для которых выполняется условие $1 + \cos 2x > 6 \cdot \sin^2 x$, образуют множество

1 $\left(-\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right)$ 2 $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{5\pi}{6} + \pi m\right)$

3 $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{6} + \pi m\right)$ 4 $\left(\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{2\pi}{3} + \pi m\right)$

5 $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right), m \in \mathbf{Z}$

10. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного сумме всех целочисленных решений неравенства

$$\cos^3 \frac{\pi x}{12} - \sin^3 \frac{\pi x}{12} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\cos^2 \frac{\pi x}{6}}{\cos \frac{\pi x}{12} + \sin \left(\frac{\pi x}{12}\right)} + \cos \frac{\pi x}{12} - \sin \frac{\pi x}{12},$$

принадлежащих промежутку $x \in [0; 24]$.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. Все решения неравенства $\cos x \geq \frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку $-\pi \leq x \leq \pi$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{5\pi}{6}$ 2 $\frac{7\pi}{6}$ 3 $\frac{3\pi}{2}$ 4 $\frac{2\pi}{3}$ 5 $\frac{4\pi}{3}$

2. Решите неравенство $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

- 1 $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right)$ 2 $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right)$

$$\boxed{3} \left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n \right) \quad \boxed{4} \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n \right)$$

$$\boxed{5} \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \right)$$

3. Все решения неравенства $\frac{1}{\cos x} < \frac{2}{\sqrt{2}}$, принадлежащие промежутку $0 < x < 2\pi$, образуют несколько промежутков, суммарная длина которых равна

$$\boxed{1} \frac{7\pi}{4} \quad \boxed{2} \frac{\pi}{2} \quad \boxed{3} \frac{3\pi}{2} \quad \boxed{4} \frac{3\pi}{4} \quad \boxed{5} \frac{5\pi}{4}$$

4. Наибольшая возможная длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \operatorname{tg} x \leq 1, \text{ равна}$$

$$\boxed{1} \frac{\pi}{4} \quad \boxed{2} \frac{\pi}{3} \quad \boxed{3} \frac{5\pi}{12} \quad \boxed{4} \frac{7\pi}{12} \quad \boxed{5} \frac{\pi}{2}$$

5. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\cos^2 x \leq \frac{1}{2}$, равна

$$\boxed{1} \frac{\pi}{3} \quad \boxed{2} \frac{\pi}{2} \quad \boxed{3} \frac{3\pi}{4} \quad \boxed{4} \frac{2\pi}{3} \quad \boxed{5} \frac{5\pi}{6}$$

6. Все решения неравенства $\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) \geq \sin^4\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащие промежутку $x \in [-\pi; \pi]$, образуют промежутков, длина которого равна

$$\boxed{1} \frac{\pi}{3} \quad \boxed{2} \frac{\pi}{2} \quad \boxed{3} \frac{2\pi}{3} \quad \boxed{4} \frac{4\pi}{3} \quad \boxed{5} \frac{5\pi}{3}$$

7. Сколько целых чисел $x \in [0; 24]$ являются решениями неравенства $\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) \cdot \left(\cos\frac{\pi x}{12} + \sin\frac{\pi x}{12}\right)^{-1} \leq 2 \cos\frac{\pi x}{12}$? Укажите остаток от деления на 5.

$$\boxed{1} 1 \quad \boxed{2} 2 \quad \boxed{3} 3 \quad \boxed{4} 4 \quad \boxed{5} 5$$

8. Все решения неравенства $\cos^4 x - \sin^2 x \leq -\frac{11}{16}$, принадлежащие промежутку $x \in [0; \pi]$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{\pi}{6}$
 2 $\frac{\pi}{3}$
 3 $\frac{\pi}{2}$
 4 $\frac{2\pi}{3}$
 5 $\frac{5\pi}{6}$

9. Все значения x , для которых выполняется условие $3 \cos^4 x - 10 \cos^2 x \sin^2 x + 3 \sin^4 x < 0$, образуют множество

1 $\left(\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi m\right)$
 2 $\left(\frac{\pi}{3} + \pi m; \frac{2\pi}{3} + \pi m\right)$

3 $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m\right)$
 4 $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}; \frac{\pi}{3} + \frac{\pi m}{2}\right)$

5 $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}; \frac{\pi}{3} + \frac{\pi m}{2}\right), m \in \mathbf{Z}$

10. Найдите остаток от деления на 5 числа, равного сумме всех целочисленных решений неравенства

$$\frac{\cos^3 \frac{\pi x}{12} - \sin^3 \frac{\pi x}{12}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} \leq \cos^2 \frac{\pi x}{12} + \cos \frac{\pi x}{12} \sin \frac{\pi x}{12} + \sin^2 \frac{\pi x}{12},$$

принадлежащих промежутку $x \in [0; 24]$.

- 1 1
 2 2
 3 3
 4 4
 5 0

Тема 38. Тригонометрические уравнения, 2

Вариант 1

1. Сумма всех различных корней уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

- 1 $0,5\pi$
 2 π
 3 2π
 4 3π
 5 4π

2. Все решения неравенства $\sin x > -\frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{5\pi}{6}$
 2 $\frac{7\pi}{6}$
 3 $\frac{3\pi}{2}$
 4 $\frac{2\pi}{3}$
 5 $\frac{4\pi}{3}$

3. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right).$$

- 1 7 2 4 3 8 4 3 5 5

4. Все значения параметра a , при которых уравнение $3 \sin x - 4 \cos x = a$ имеет по крайней мере один корень, образуют множество

- 1 $[-8; 8]$ 2 $[-7; 7]$ 3 $[-1; 1]$ 4 $[-1; 7]$ 5 $[-5; 5]$

5. Сумма всех различных корней уравнения

$$\cos 2x = \cos^2 x - \frac{1}{2},$$
 расположенных на промежутке $x \in [0; 2\pi]$, равна

- 1 π 2 2π 3 3π 4 4π 5 5π

6. Все корни уравнения $2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$ образуют множество

1 $\frac{5\pi}{3} + 2\pi m$ 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m$ 3 $\frac{\pi}{3} + 2\pi m$ 4 $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi m$

5 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

7. Все корни уравнения $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

1 $\frac{\pi}{2} + \pi m$ 2 $\frac{\pi m}{2}$ 3 $\frac{\pi m}{4}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ 5 $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

8. Все корни уравнения $\sin^4 x + \cos^4 x = 0,5$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

1 $\frac{\pi}{2} + \pi m$ 2 $\frac{\pi m}{2}$ 3 $\frac{\pi m}{4}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ 5 $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

9. Множество всех значений параметра b , при которых уравнение

$$\frac{33}{7 + 4 \sin x} = b$$
 имеет хотя бы один корень, представляет

промежуток, длина которого равна

- 1 5 2 11 3 8 4 7 5 4

10. Укажите сумму всех корней уравнения

$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$, принадлежащих отрезку $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

- 1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 π 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

Вариант 2

1. Сумма всех различных корней уравнения $\sin x = -\frac{1}{2}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

- 1 $0,5\pi$ 2 π 3 2π 4 3π 5 4π

2. Все решения неравенства $\sin x < \frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку $0,5\pi \leq x \leq 2,5\pi$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{5\pi}{6}$ 2 $\frac{7\pi}{6}$ 3 $\frac{3\pi}{2}$ 4 $\frac{2\pi}{3}$ 5 $\frac{4\pi}{3}$

3. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

- 1 7 2 8 3 3 4 4 5 5

4. Все значения параметра p , при которых уравнение $\sqrt{13} \sin x + \sqrt{12} \cos x = p$ имеет по крайней мере один корень, образуют множество

- 1 $[-(\sqrt{13} + \sqrt{12}); \sqrt{13} + \sqrt{12}]$
 2 $[-2(\sqrt{13} + \sqrt{12}); 2(\sqrt{13} + \sqrt{12})]$ 3 $[-169; 169]$ 4 $[-25; 25]$
 5 $[-5; 5]$

5. Сумма всех различных корней уравнения $\cos 2x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$, расположенных на промежутке $x \in [0; \pi]$, равна

- 1 $\frac{3\pi}{4}$ 2 π 3 2π 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

6. Все корни уравнения $3\sqrt{3}\sin x = 4 - \cos 2x$ образуют множество

1 $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m$ 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi m$

3 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m; (-1)^{m+1} \frac{\pi}{6} + \pi m$ 4 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m$

5 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbf{Z}$

7. Все корни уравнения $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}$)

1 $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}; \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}$ 2 $\frac{\pi m}{6}$ 3 $\frac{\pi m}{3}$ 4 $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}$

5 $\frac{\pi}{6} + \pi m; \frac{\pi}{3} + \pi n$

8. Все корни уравнения $\cos^8 x - \sin^8 x = \frac{5}{16}$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

1 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m$ 2 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ 3 $\pm \frac{\pi}{12} + \pi m$ 4 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi m$

5 $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{2}$

9. Множество всех значений параметра b , при которых уравнение $\frac{120}{17 + 7 \sin x} = b$ имеет хотя бы один корень, представляет промежуток, длина которого равна

1 5 2 11 3 8 4 7 5 4

10. Укажите сумму всех корней уравнения

$3 \sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$, принадлежащих отрезку $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 π 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

Тема 39. Тригонометрические уравнения, 3

Вариант 1

1. Множество всех корней уравнения $x \cdot \sin a + \cos a = x$ совпадает с множеством $(-\infty; +\infty)$ при

1 $a = 2\pi t$ 2 $a = \frac{\pi}{2} + 2\pi t$ 3 $a = \pi + 2\pi t$ 4 $a = \frac{3\pi}{2} + 2\pi t$

5 $a = \frac{\pi}{4} + \pi t, t \in \mathbf{Z}$

2. Наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x = \sin x$ принадлежит промежутку

1 $(0; \frac{\pi}{3}]$ 2 $(\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$ 3 $(\frac{2\pi}{3}; \pi]$ 4 $(\pi; \frac{4\pi}{3}]$ 5 $(\frac{4\pi}{3}; 2\pi]$

3. Наименьший положительный корень уравнения $\cos 3x = \cos 5x$ принадлежит промежутку

1 $(0; 0,5]$ 2 $(0,5; 0,75]$ 3 $(0,75; 1]$ 4 $(1; 1,25]$ 5 $(1,25; 99]$

4. Пусть число b равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(137x) = \sin(169x)$. Значение выражения $\frac{\pi}{b}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

5. Если число X равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(19x) + \sin(21x) = \sin(22x) + \sin(24x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{X}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

6. Пусть число b равно наименьшему положительному корню уравнения

$$\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = \frac{\sqrt{3}}{4096}.$$

Найдите значение выражения π/b и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

7. Все корни уравнения $\sin^4 x + \cos^6 x = 1$ образуют множество ($m \in \mathbf{Z}$)

$\frac{\pi}{2} + \pi m$ $\frac{\pi m}{2}$ $\frac{\pi m}{4}$ $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

8. Наименьший корень уравнения $\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x-\pi}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x-\pi}}$ равен

$\frac{7\pi}{6}$ $\frac{4\pi}{3}$ $\frac{5\pi}{3}$ $\frac{11\pi}{6}$ $\frac{13\pi}{6}$

9. Пусть N — число корней уравнения $\cos 5x + 3 \cos 8x + \cos 11x = 0$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$.

Укажите остаток от деления N на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $\sqrt{-3 \sin x + \cos x} = \sqrt{\sin x - 3 \cos x}$.

$-\frac{7\pi}{4}$ $-\frac{5\pi}{4}$ $-\frac{\pi}{4}$ $-\frac{3\pi}{4}$ отрицательных корней нет

Вариант 2

1. Множество всех корней уравнения $x \cdot \sin a + \cos a = 1$ совпадает с множеством $(-\infty; +\infty)$ при

$a = \frac{\pi}{4} + \pi m$ $a = \frac{\pi}{2} + 2\pi m$ $a = \pi + 2\pi m$

$a = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m$ $a = 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

2. Наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$ принадлежит промежутку

$(0; \frac{\pi}{3}]$ $(\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$ $(\frac{2\pi}{3}; \pi]$ $(\pi; \frac{4\pi}{3}]$ $(\frac{4\pi}{3}; 2\pi]$

3. Наименьший положительный корень уравнения

$\sin 3x = \sin 5x$ принадлежит промежутку

- 1 (0; 0,25] 2 (0,25; 0,5] 3 (0,5; 0,75] 4 (0,75; 1] 5 (1; 99]

4. Если число b равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(123x) = \sin(195x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{b}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

5. Если число X равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(14x) + \sin(20x) = \sin(19x) + \sin(25x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{X}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

6. Пусть b — наименьший положительный корень уравнения $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = -\frac{1}{2048}$. Найдите значение выражения $6\pi/b$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Все корни уравнения $\sin^4 x + \sin^{10} x = 2$ образуют множество ($m \in \mathbb{Z}$)

- 1 $\frac{\pi}{2} + \pi m$ 2 $\frac{\pi m}{2}$ 3 $\frac{\pi m}{4}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}$ 5 $\frac{\pi}{2} + 2\pi m; \pi m$

8. Наименьший корень уравнения $\frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x - \pi}} = \frac{1}{\sqrt{x - \pi} \cdot \sqrt{3}}$

равен

- 1 $\frac{7\pi}{6}$ 2 $\frac{4\pi}{3}$ 3 $\frac{5\pi}{3}$ 4 $\frac{11\pi}{6}$ 5 $\frac{13\pi}{6}$

9. Пусть N — число корней уравнения

$$\sin 6x + 2 \sin 8x + \sin 10x = 0 \text{ на промежутке } x \in [0; 2\pi].$$

Укажите остаток от деления N на 5.

- 1 2 3 4 5 0

10. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{-2 \sin x + \cos x} = \sqrt{\sin x - 2 \cos x}$.

- $\frac{\pi}{4}$ $\frac{5\pi}{4}$ положительных корней нет $\frac{7\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{4}$

Тема 40. Обратные тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{3}$.

- $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x = -\frac{1}{2}$ $x = \frac{1}{2}$ корней нет

2. Решите уравнение $\arcsin x + \arccos\left(-\frac{3}{5}\right) = 0$.

- $x = \frac{3}{5}$ $x = \sin \frac{3}{5}$ $x = \sin \frac{4}{5}$ корней нет $x = \frac{4}{5}$

3. Решите уравнение $6 \arccos x + 3 \arcsin x = 2\pi$.

- $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x = \frac{\pi}{3}$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $x \in \{-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\}$ $x = \frac{1}{2}$

4. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \cos(\pi - 2 \arccos x)$.



5. Наибольший (или единственный) корень уравнения $\sin(\arcsin x) = x^2 - 1$ равен

- 1 $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ 2 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ 3 $\frac{-\sqrt{5} + 1}{2}$ 4 $\frac{-\sqrt{5} - 1}{2}$ 5 1

6. Найдите ближайшее натуральное число к решению уравнения $\arcsin \frac{3x - 76}{100} = \arcsin \frac{97 - 7x}{100}$ и укажите остаток от деления полученного числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

7. Все значения параметра p , при которых уравнение $\left(\frac{4 \arccos x}{\pi}\right)^2 - \frac{24 \arccos x}{\pi} = p$ имеет по крайней мере один корень, образуют промежуток. Найдите его длину и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

8. Произведение всех положительных корней уравнения $\sin^2\left(4 \sin\left(\arcsin \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{1}{2}$ равно

- 1 не существует 2 $\frac{3\pi^2}{16}$ 3 $\frac{15\pi^3}{64}$ 4 $\frac{105\pi^4}{256}$ 5 $\frac{945\pi^5}{1024}$

9. Найдите расстояние от числа $a = \frac{5\pi}{2}$ до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin(\sin x) = \frac{x}{9}$, который меньше a .

- 1 $0, 15\pi$ 2 $0, 2\pi$ 3 $0, 25\pi$ 4 $0, 3\pi$ 5 $0, 35\pi$

10. Сумма всех различных корней уравнения $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) = \frac{62 - x}{3}$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{6}$.

- 1 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $x = -\frac{1}{2}$ 4 $x = \frac{1}{2}$ 5 корней нет

2. Решите уравнение $\arccos x + \arcsin\left(\frac{3}{5}\right) = 0$.

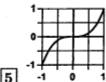
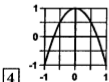
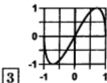
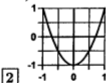
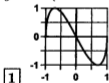
- 1 $x = \frac{3}{5}$ 2 $x = \frac{4}{5}$ 3 корней нет 4 $x = \sin \frac{4}{5}$ 5 $x = \sin \frac{3}{5}$

3. Решите уравнение $3 \arccos x - 2 \arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

- 1 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $x \in \{-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\}$ 4 $x = \frac{1}{2}$

- 5 $x = -\frac{1}{2}$

4. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = \sin(\pi + 2 \arcsin x)$.



5. Наибольший (или единственный) корень уравнения $\sin(2 \arcsin x) = x$ равен

- 1 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 2 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 3 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 5 1

6. Найдите ближайшее натуральное число к решению уравнения $\arcsin \frac{x-3}{13} = \arccos \frac{x+4}{13}$ и укажите остаток от деления

полученного числа на 5.

1 2 3 4 5 0

7. Все значения параметра p , при которых уравнение $\left(\frac{6 \arccos x}{\pi}\right)^2 - \frac{24 \arccos x}{\pi} = p$ имеет по крайней мере один корень, образуют промежуток. Найдите его длину и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

8. Произведение всех корней уравнения

$$\sin^2 \left(2 \sin \left(\arcsin \frac{x}{3} \right) \right) = \frac{3}{4} \text{ равно}$$

1 $-\frac{\pi^2}{9}$ 2 $-\frac{4\pi^3}{27}$ 3 $-\frac{3\pi^2}{16}$ 4 $-\frac{\pi^2}{4}$ 5 $\frac{\pi^4}{4}$

9. Найдите расстояние от числа $a = \frac{5\pi}{2}$ до ближайшего к этому числу корня уравнения $\arcsin(\sin x) = \frac{x}{9}$, который больше a .

1 $0, 15\pi$ 2 $0, 2\pi$ 3 $0, 25\pi$ 4 $0, 3\pi$ 5 $0, 35\pi$

10. Сумма всех различных корней уравнения

$$\frac{2}{\pi} \arcsin \left(\sin \frac{\pi x}{2} \right) = \frac{13-x}{3} \text{ равна натуральному числу, остаток}$$

от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Тема 41. Обратные тригонометрические неравенства Вариант 1

1. Решите неравенство $\arcsin x < \frac{\pi}{6}$.

1 $-\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{6}$ 2 $-1 \leq x < \frac{1}{2}$ 3 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq x < \frac{\pi}{6}$

4 $-1 \leq x < \arcsin \frac{\pi}{6}$ 5 $-\infty < x < \frac{1}{2}$

2. Решите неравенство $\arccos x > 2$.

1 $x \in (-\infty; \cos 2)$ 2 $x \in (\cos 2; +\infty)$ 3 корней нет

4 $x \in [-1; \cos 2)$ 5 $x \in (\cos 2; 1]$

3. Решите неравенство $\arccos x < 4$.

1 корней нет 2 $x \in [-1; \cos 4)$ 3 $x \in (\cos 4; 1]$ 4 $x \in [0; \pi]$

5 $x \in [-1; 1]$

4. Все решения неравенства $2 \arccos x + \arcsin x \leq \frac{2\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого равна

1 0,5 2 1,5 3 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Решите неравенство $36(\arcsin x)^2 - 24\pi \cdot \arcsin x - 5\pi^2 \leq 0$.

1 $[-\frac{1}{2}; 1]$ 2 $[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}]$ 3 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1]$ 4 $[-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$

5 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}]$

6. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \leq -\frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

1 $\sin(1) - \sin(0,5)$ 2 $1 - \sin(0,5)$ 3 $\sin(1) + \sin(0,5)$

4 $1 + \sin(0,5)$ 5 1,5

7. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leq \arcsin(7x - 3)$ образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{1}{7}$ 2 $\frac{2}{21}$ 3 $\frac{4}{21}$ 4 $\frac{1}{10}$ 5 $\frac{1}{14}$

8. Все решения неравенства

$\frac{\arccos x}{\pi} + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^3 + \dots \geq 1$ образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$ 4 $\frac{3}{2}$ 5 1

9. Все решения неравенства $\cos(2 \arccos x) \leq 2x + 3$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\frac{3}{2}$ 2

10. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) > \frac{x}{30}$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

11. Все решения неравенства $\sin\left(\frac{\arcsin \sqrt{1-25x^2}}{2}\right) \geq x \cdot \sqrt{3}$ образуют промежуток, длина которого равна L . Укажите верное утверждение.

- 1 $L \in [0; 0,2)$ 2 $L \in [0,2; 0,25)$ 3 $L \in [0,25; 0,35)$
 4 $L \in [0,35; 0,45)$ 5 $L \in [0,45; 999)$

Вариант 2

1. Решите неравенство $\arcsin x > -\pi/6$.

- 1 $x \in [-0,5; +\infty)$ 2 $x \in [-1; -0,5]$ 3 $x \in [-\sqrt{3/4}; 1]$
 4 $x \in [-0,5; 1]$ 5 $x \in [-\infty; -0,5]$

2. Решите неравенство $\arccos x < 1$.

- 1 корней нет 2 $x \in [-1; \cos 1)$ 3 $x \in (\cos 1; 1]$
 4 $x \in (-\infty; \cos 1)$ 5 $x \in (\cos 1; +\infty)$

3. Решите неравенство $\arccos x > \pi$.

- 1 корней нет 2 $x \in [0; \pi]$ 3 $x \in [-1; 1]$ 4 $x \in [-1; 1)$
 5 $x \in \{1\}$

4. Все решения неравенства $2 \arccos x + 3 \arcsin x \geq \frac{2\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 0,5 4 1,5 5 $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Решите неравенство $9(\arcsin x)^2 + 3\pi \cdot \arcsin x - 2\pi^2 \leq 0$.

- 1 $[-\frac{1}{2}; 1]$ 2 $[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}]$ 3 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1]$ 4 $[-1; \frac{\sqrt{3}}{2}]$
 5 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}]$

6. Множество всех решений неравенства $\arcsin(\arcsin x) \geq \frac{\pi}{6}$ является промежутком, длина которого равна

- 1 $\sin(1) + \sin(0,5)$ 2 $1 + \sin(0,5)$ 3 $\sin(1) - \sin(0,5)$
 4 $1 - \sin(0,5)$ 5 1,5

7. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leq \arcsin(4x - 2)$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $1/8$ 2 $1/12$ 3 $1/10$ 4 $2/15$ 5 $1/9$

8. Все решения неравенства

$$\frac{1}{2} \leq \frac{\arccos x}{\pi} + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\arccos x}{\pi}\right)^3 + \dots \leq 2$$

образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$ 2 1 3 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$ 5 $\frac{3}{2}$

9. Все решения неравенства $9 \cos(2 \arccos x) \leq 6x - 5$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 1 2 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 3 $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 4 1,5 5 2

10. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства

$$\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\sin \frac{\pi x}{2}\right) > \frac{x}{37}$$

и укажите остаток от деления этого числа

на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Все решения неравенства $\sin\left(\frac{\arcsin\sqrt{1-36x^2}}{2}\right) \geq x \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$

образуют промежуток, длина которого равна L . Укажите верное утверждение.

1 $L \in [0; 0,2)$ 2 $L \in [0,2; 0,25)$ 3 $L \in [0,25; 0,35)$

4 $L \in [0,35; 0,45)$ 5 $L \in [0,45; 999)$

Тема 42. Четырехугольники

Вариант 1

1. Средняя линия трапеции с основаниями 9 и 7 делит площадь трапеции в отношении

1 $9 : 7$ 2 $17 : 15$ 3 $16 : 13$ 4 $16 : 15$ 5 $17 : 13$

2. Основания трапеции равны $AD = 6$ и $BC = 2$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN , длина которого равна 3. Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

1 $6,2$ 2 $7,5$ 3 $4,8$ 4 $5,4$ 5 $7,2$

3. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Основания AD и BC равны соответственно 15 и 3, диагональ BD равна 12. Найдите длину отрезка BO .

1 $1,5$ 2 4 3 2 4 $2,25$ 5 3

4. Длины оснований трапеции равны 20 и 80. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основанию. Длина отрезка этой прямой между точками ее пересечения с боковыми сторонами равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Площадь трапеции равна 75, длины оснований относятся как $1 : 2$. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые

стороны в отношении $2 : 3$. Найдите площадь меньшего четырехугольника.

- 1 29 2 30 3 31 4 32 5 33

Вариант 2

1. Средняя линия трапеции с основаниями 7 и 3 делит площадь трапеции в отношении

- 1 $7 : 3$ 2 $6 : 5$ 3 $3 : 2$ 4 $5 : 4$ 5 $4 : 3$

2. Основания трапеции равны $AD = 5$ и $BC = 2$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN , длина которого равна 3 . Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

- 1 $4,8$ 2 $2,4$ 3 $3,6$ 4 $4,2$ 5 $3,2$

3. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Основания AD и BC равны соответственно 15 и 5 , диагональ BD равна 12 . Найдите длину отрезка BO .

- 1 3 2 4 3 $3,37$ 4 $2,25$ 5 5

4. Длины оснований трапеции равны 10 и 90 . Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основанию. Длина отрезка этой прямой между точками ее пересечения с боковыми сторонами равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Площадь трапеции равна 108 , длины оснований относятся как $1 : 2$. Прямая, непараллельная основанию, делит боковые стороны в отношении $1 : 5$. Найдите площадь меньшего четырехугольника.

- 1 45 2 44 3 43 4 42 5 41

Тема 43. Вписанные и описанные четырехугольники

Вариант 1

1. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$ так, что $\angle ABD = 54^\circ$, $\angle BDA = 53^\circ$, $\angle CAD = 37^\circ$. Угловая мера дуги BC , не содержащей точек A и D , равна

- 1 72° 2 64° 3 54° 4 120° 5 144°

2. Радиус окружности, вписанной в ромб с диагоналями 24 и 10, равен

- 1 $3\frac{1}{13}$ 2 4, (3) 3 $4\frac{8}{13}$ 4 3, (6) 5 5

3. В ромб с острым углом 30° вписан круг радиуса $R = \sqrt{3}$. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, вершины которого расположены в точках касания круга и ромба.

- 1 3 2 $3\sqrt{3}$ 3 6 4 $2\sqrt{3}$ 5 $3\sqrt{2}$

4. В равнобедренную трапецию с основаниями 48 и 108 вписан круг. Его радиус равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции радиус этого круга составляет 95% расстояния от центра этого круга до ближней вершины, то косинус острого угла трапеции равен

- 1 0,805 2 0,445 3 0,125 4 0,375 5 0,925

6. Если в равнобедренную трапецию можно вписать окружность и отношение радиусов описанной около нее и вписанной в нее окружностей равно $\sqrt{28}/3$, то острый угол при основании трапеции равен

- 1 15° 2 45° 3 75° 4 60° 5 30°

Вариант 2

1. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$ так, что $\angle ABD = 46^\circ$, $\angle BDA = 51^\circ$, $\angle CAD = 49^\circ$. Угловая мера дуги BC , не содержащей точек A и D , равна

- 1 136° 2 64° 3 68° 4 120° 5 72°

2. Радиус окружности, вписанной в ромб с диагоналями 3 и 4, равен

- 1 2,4 2 $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ 3 1 4 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ 5 1,2

3. В ромб с острым углом 15° вписан круг радиуса $R = \sqrt{2}$. Найдите площадь выпуклого четырехугольника, вершины которого расположены в точках касания круга и ромба.

- 1 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 2 $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ 3 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 4 $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ 5 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

4. В равнобедренную трапецию с основаниями 24 и 54 вписан круг. Его радиус равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции радиус этого круга составляет 40% расстояния от центра этого круга до дальней вершины, то косинус острого угла трапеции равен

- 1 0,96 2 0,92 3 0,84 4 0,72 5 0,68

6. Если острый угол при основании равнобедренной трапеции равен 30° и в трапецию можно вписать окружность, то отношение радиусов описанной около нее и вписанной в нее окружностей равно

- 1 $\sqrt{12}$ 2 $\sqrt{16}$ 3 $\sqrt{28}$ 4 $\sqrt{24}$ 5 $\sqrt{20}$

Тема 44. Подобные фигуры

Вариант 1

1. Прямая делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении $3 : 2$, считая от их общей вершины A , при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN относится к площади четырехугольника $MNCB$ как

1 9 : 16 2 4 : 9 3 9 : 4 4 3 : 2 5 9 : 25

2. В равнобедренном треугольнике ABC длина боковой стороны AB равна 5, длина основания AC равна 4. На стороне AB взята точка D так, что треугольник ACD подобен треугольнику ABC и D не совпадает с A и не совпадает с B . Укажите первую цифру после запятой в десятичном числе, равном отношению площади треугольника ABC к площади треугольника ADC .

1 0 2 2 3 9 4 7 5 5

3. В треугольнике ABC длина стороны AB равна 5, длина стороны AC равна 4, на стороне AB взята точка D так, что треугольник ADC подобен треугольнику ABC . Укажите первую цифру после запятой в десятичном числе, равном отношению площади треугольника ABC к площади треугольника ADC .

1 0 2 2 3 9 4 7 5 5

4. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 28$ и $BC = 12$ проведена прямая MN , параллельная основанию, $M \in AB$, $N \in CD$. Диагонали AC и BD пересекают MN в точках P и Q , причем P между M и Q , $PQ : MP = 2 : 1$. Длина отрезка MN равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. В треугольнике ABC проведены медиана AM и отрезки BK и BN , $K \in AC$, $N \in AC$, K между A и N , пересекающие

AM в точках P и Q соответственно так, что $AP = PQ = QM$, $AK = 7$. Длина стороны AC равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

6. Около остроугольного треугольника BCD описана окружность, и к ней в точке C проведена касательная CA . Другая окружность касается прямой BD в точке D , проходит через точку C и второй раз пересекает прямую CA в точке A . Известно, что $AD = 36$, $BC = 25$, $BD = 29$. Длина стороны AC , представленная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

1 или 6 2 или 7 3 или 8 4 или 9 5 или 0

Вариант 2

1. Прямая делит каждую из двух боковых сторон треугольника ABC в отношении 4 : 3, считая от их общей вершины A , при этом образуются треугольник AMN и четырехугольник $MNCB$. Площадь треугольника AMN относится к площади четырехугольника $MNCB$ как

4 : 3 16 : 25 4 : 9 16 : 33 4 : 7

2. В равнобедренном треугольнике ABC длина боковой стороны AB равна 8, длина основания AC равна 5. На стороне AB взята точка D так, что треугольник ACD подобен треугольнику ABC и D не совпадает с A и не совпадает с B . Укажите вторую цифру после запятой в десятичном числе, равном отношению площади треугольника ADC к площади треугольника BDC .

1 2 7 6 5

3. В треугольнике ABC длина стороны AB равна 8, длина стороны AC равна 5, на стороне AB взята точка D так, что треугольник ADC подобен треугольнику ABC . Укажите вторую

цифру после запятой в десятичном числе, равном отношению площади треугольника ADC к площади треугольника BDC .

1 2 3 7 4 6 5 5

4. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 56$ и $BC = 35$ проведена прямая NM , параллельная основанию, $N \in AB$, $M \in CD$. Диагонали AC и BD пересекают NM в точках P и Q , причем P между N и Q , $PQ : NP = 3 : 1$. Длина отрезка NM равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. В треугольнике ABC проведены медиана AM и отрезки BK и BN , $K \in AC$, $N \in AC$, K между A и N , пересекающие AM в точках P и Q соответственно так, что $AP = PQ = QM$, $AK = 8$. Длина отрезка KN равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Около остроугольного треугольника BCD описана окружность, и к ней в точке C проведена касательная CA . Другая окружность касается прямой BD в точке D , проходит через точку C и второй раз пересекает прямую CA в точке A . Известно, что $AD = 49$, $BC = 36$, $BD = 37$. Длина стороны AC , представленная в виде десятичной дроби, содержит на первом месте после запятой цифру

1 1 или 6 2 2 или 7 3 3 или 8 4 4 или 9 5 5 или 0

Тема 45. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

1. Последовательность $a_n = \frac{2n + 9}{n + c}$ является убывающей при всех следующих значениях параметра c

1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 2) 1, 5, 6 3) 1, 2, 3, 4 4) 1, 2, 6

5) 5, 6, 7, 8

2. Если сумма четвертого и двенадцатого членов арифметической прогрессии равна 12, то число, равное квадрату восьмого члена, принадлежит промежутку

1) [0; 10) 2) [10; 20) 3) [20; 30) 4) [30; 40) 5) [40; 99]

3. Если сумма четвертого и двенадцатого членов арифметической прогрессии равна 15, то сумма третьего, пятого, одиннадцатого и тринадцатого членов равна

1) 10 2) 15 3) 20 4) 30 5) 60

4. Сумма пятого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 10. Найдите сумму первых семнадцати членов этой прогрессии.

1) 27 2) 170 3) 85 4) 95 5) 127

5. Если первый и второй члены арифметической прогрессии равны соответственно $a_1 = \sin 30^\circ$ и $a_2 = \cos 120^\circ$, то десятый член a_{10} равен

1) $-9,5$ 2) $-8,5$ 3) $0,5$ 4) $-0,5$ 5) $8,5$

6. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 6.

1) 702 2) 715 3) 676 4) 697 5) 689

7. Рестораны расположены на 1-м, 6-м, 11-м, 16-м (и далее с шагом 5) этажах 100-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 11-м, 21-м, 31-м (и далее с шагом 10) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которых имеется ресторан, но нет бара?

1 9 или меньше 9 2 10 3 11 4 12 5 13 или больше 13

8. На 1-м этаже 20-этажного дома находятся 20 шкафов, которые нужно разместить по одному на каждом этаже. Сколько будет стоить эта работа, если подъем одного шкафа на один этаж стоит 1 у.е.?

1 180 у.е. 2 210 у.е. 3 380 у.е. 4 171 у.е. 5 190 у.е.

9. Если общий член последовательности равен $a_n = 6n - 35$, то наименьшее возможное значение суммы отрезка этой последовательности $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ равно

1 -80 2 -82 3 -84 4 -85 5 -86

10. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее из них увеличить в 2 раза, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Укажите первую цифру после запятой в числе, равном знаменателю исходной геометрической прогрессии.

1 9 2 7 3 3 4 1 5 4

Вариант 2

1. Последовательность $a_n = \frac{3n + 7}{n + c}$ является убывающей при всех следующих значениях параметра c

1 1, 2, 3, 4, 5, 6 2 1, 2, 3 3 1, 2, 3, 4 4 1, 2 5 4, 5, 6

2. Если сумма седьмого и пятнадцатого членов арифметической прогрессии равна 8, то число, равное квадрату одиннадцатого члена, принадлежит промежутку

- 1 [0; 10) 2 [10; 20) 3 [20; 40) 4 [40; 60) 5 [60; 99]

3. Если сумма пятого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 15, то сумма третьего, седьмого, девятого и тринадцатого членов равна

- 1 10 2 15 3 20 4 30 5 60

4. Сумма пятого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 12. Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.

- 1 96 2 112 3 180 4 27 5 90

5. Если первый и второй члены арифметической прогрессии a_n равны соответственно $a_1 = \cos 210^\circ$ и $a_2 = \sin 120^\circ$, то значение величины a_{10} равно

- 1 $6,5\sqrt{3}$ 2 $7,5\sqrt{3}$ 3 $8,5\sqrt{3}$ 4 $5,5 - 3,5\sqrt{3}$ 5 $4,5 - 4\sqrt{3}$

6. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 2.

- 1 981 2 986 3 1206 4 602 5 991

7. Рестораны расположены на 1-м, 8-м, 15-м, 22-м (и далее с шагом 7) этажах 130-этажного здания. Бары расположены на 1-м, 15-м, 29-м, 43-м (и далее с шагом 14) этажах того же здания. Сколько в этом здании этажей, на которых имеется ресторан, но нет бара?

- 1 8 или меньше 8 2 9 3 10 4 11 5 12 или больше 12

8. На 1-м этаже 21-этажного дома находится 21 шкаф, которые нужно разместить по одному на каждом этаже. Сколько

будет стоить эта работа, если подъем одного шкафа на один этаж стоит 1 у.е.?

- 1 231 у.е. 2 190 у.е. 3 210 у.е. 4 420 у.е. 5 209 у.е.

9. Если общий член последовательности равен $a_n = 50 - 8n$, то наибольшее возможное значение суммы отрезка этой последовательности $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ равно

- 1 144 2 121 3 132 4 128 5 140

10. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее из них увеличить в 2 раза, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Число q , равное знаменателю исходной геометрической прогрессии, принадлежит промежутку

- 1 $q \in (1; 4)$ 2 $q \in [4; 5)$ 3 $q \in [5; 6)$ 4 $q \in [6; 7)$

- 5 $q \in [7; 999)$

Тема 46. Геометрическая прогрессия, 1

Вариант 1

1. Если третий член геометрической прогрессии равен -2 , а седьмой член равен -32 , то пятый член равен

- 1 -8 2 ± 8 3 8 4 ± 4 5 ± 16

2. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, в которой $b_4 = 12$ и $b_7 = 1,5$.

- 1 -96 и $0,5$ 2 -96 и $-0,5$ 3 -48 и $1,5$ 4 48 и $1,5$

- 5 96 и $0,5$

3. Вычислите значение выражения

$$1 - 4 + 16 - 64 + \dots + 4^{98} - 4^{99}.$$

- 1 $\frac{1 - 4^{99}}{3}$ 2 $\frac{1 - 4^{100}}{5}$ 3 $\frac{4^{99} - 1}{3}$ 4 $\frac{1 + 4^{100}}{5}$ 5 $\frac{1 - 4^{100}}{3}$

4. При условии ежегодного начисления дохода сумма вклада в банке за первый год хранения увеличилась на 16 руб., а за третий год — на 36 руб. На сколько рублей увеличится вклад за четвертый год?

1 54 2 48 3 64 4 58 5 60

5. Первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен 1, а третий член равен $4 + 2\sqrt{3}$. Первая цифра после запятой в представлении второго члена этой прогрессии в виде десятичной дроби равна

1 7 2 9 3 3 4 5 5 0

6. Целые числа x , y , z являются последовательными членами геометрической прогрессии, причем $x > y > z > 0$. Числа $x + 2$, $y + 2$, z являются последовательными членами арифметической прогрессии. Числа $x + 10$, $y + 2$, z являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найдите значение выражения $x + y - z$.

1 3 2 7 3 10 4 12 5 18

Вариант 2

1. Если первый член геометрической прогрессии равен -4 , а пятый член равен -64 , то третий член равен

1 16 2 ± 8 3 -8 4 -16 5 ± 16

2. Если в геометрической прогрессии $b_4 = 48$ и $b_7 = 1$, (7), то значение b_1 равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

3. Вычислите значение выражения $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots + 2^{98} + 2^{99}$.

1 $\frac{2^{100} + 1}{3}$ 2 $\frac{2^{100} - 1}{3}$ 3 $\frac{1 - 2^{100}}{3}$ 4 $2^{100} + 1$ 5 $2^{100} - 1$

4. При условии ежегодного начисления дохода сумма вклада в банке за первый год хранения увеличилась на 8 руб., а за третий год — на 18 руб. На сколько рублей увеличится вклад за четвертый год?

1 24 2 27 3 32 4 30 5 28

5. Первый член геометрической прогрессии с положительными членами равен 1, а третий член равен $2\sqrt{2} + 3$. Первая цифра после запятой в представлении второго члена этой прогрессии в виде десятичной дроби равна

1 3 2 0 3 4 4 6 5 7

6. Целые числа x, y, z являются последовательными членами геометрической прогрессии, причем $0 < x < y < z$. Числа $x - 2, y, z - 2$ являются последовательными членами арифметической прогрессии, числа $x - 2, y - 4, z - 8$ являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найдите значение выражения $z - y$.

1 2 2 6 3 7 4 8 5 12

Тема 47. Геометрическая прогрессия, 2

Вариант 1

1. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$1 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + \sin^4 \frac{\pi}{3} - \sin^6 \frac{\pi}{3} + \dots + (-1)^n \sin^{2n} \frac{\pi}{3} + \dots$ равна

1 4 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{4}{7}$ 4 $\frac{7}{3}$ 5 2

2. Сумма первых 42 цифр после запятой в десятичной записи

рационального числа $\frac{25175}{333333}$ равна

1 154 2 168 3 140 4 126 5 161

3. Знаменатель q бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равен 0,4. Если увеличить знаменатель на 90%, то сумма прогрессии увеличится на

- 1 900% 2 87,5% 3 400% 4 275% 5 150%

4. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 9, сумма квадратов всех членов этой прогрессии также равна 9, то первая цифра после запятой в представлении знаменателя прогрессии в виде десятичной дроби равна

- 1 6 2 3 3 2 4 8 5 7

Вариант 2

1. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $1 + \sin^2 \frac{\pi}{3} + \sin^4 \frac{\pi}{3} + \sin^6 \frac{\pi}{3} + \dots + \sin^{2n} \frac{\pi}{3} + \dots$ равна

- 1 4 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{4}{7}$ 4 $\frac{7}{3}$ 5 2

2. Сумма первых десяти цифр после запятой в десятичной записи рационального числа $\frac{12345}{33333}$ равна

- 1 24 2 36 3 48 4 42 5 32

3. Знаменатель q бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равен 0,4. Если увеличить знаменатель на 50%, то сумма прогрессии увеличится на

- 1 40% 2 50% 3 87,5% 4 60% 5 25%

4. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, сумма квадратов всех членов этой прогрессии также равна 4, то первая цифра после запятой в представлении знаменателя прогрессии в виде десятичной дроби равна

- 1 1 2 6 3 7 4 0 5 3

Тема 48. Вычисление производной

Вариант 1

1. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 3$ равна

- 1) 9 2) 6 3) 3 4) 18 5) 2

2. Укажите функцию, производная которой в точке $x = 1$ равна 2.

- 1) $y = 2x + 3$ 2) $y = 3x + 2$ 3) $y = x - 1$ 4) $y = 3 - 2x$
 5) $y = 2 - 3x$

3. Производная функции $y = \frac{1}{x}$ в точке $x = 1$ равна

- 1) 1 2) -0,5 3) 0 4) 0,5 5) -1

4. Укажите положительное значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9$ равна нулю.

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

5. Укажите наименьшее значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 4$ равна нулю.

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

6. Производная функции $y = \frac{3 + 2x}{x - 5}$ равна

- 1) $\frac{-5}{(x - 5)^2}$ 2) $\frac{8}{(x - 5)^2}$ 3) $\frac{-13}{(x - 5)^2}$ 4) $\frac{1 - x}{(x - 5)^2}$ 5) $\frac{-(3 + 2x)}{(x - 5)^2}$

7. Все значения x , при которых производная функции $y = |x^2 - 6x + 5|$ равна 2, образуют множество

- 1) $x \in \{-1; 6\}$ 2) $x \in \{2; 4\}$ 3) $x \in \{2; 3; 4\}$ 4) $x \in \{4\}$
 5) $x \in \{2\}$

8. Производная функции

$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8$ в точке $x = 1$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 0

9. Производная функции

$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 + x^8 + \dots$ в точке $x = 0,875$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Производная функции $f(x) = -x^2$ в точке $x = -4$ равна

-8 4 -16 -4 8

2. Укажите функцию, производная которой в точке $x = 1$ равна -2 .

$y = 2x + 3$ $y = 3x + 2$ $y = x - 1$ $y = 3 - 2x$

$y = 2 - 3x$

3. Производная функции $y = \frac{2}{x}$ в точке $x = 3$ равна

$-0,(\overline{3})$ $0,(\overline{2})$ $0,(\overline{6})$ $-0,(\overline{2})$ $0,(\overline{3})$

4. Укажите положительное значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 12x + 36$ равна нулю.

1,5 2 3 4 2,5

5. Укажите наименьшее значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ равна нулю.

1 2 3 4 5

6. Производная функции $y = \frac{4 - 3x}{x + 2}$ равна

$\frac{2}{(x + 2)^2}$ $\frac{10}{(x + 2)^2}$ $\frac{-2}{(x + 2)^2}$ $\frac{-10}{(x + 2)^2}$ $\frac{-4 + 3x}{(x + 2)^2}$

7. Все значения x , при которых производная функции $y = |x^2 - 6x + 5|$ равна -2 , образуют множество

$x \in \{-1; 6\}$ $x \in \{2; 4\}$ $x \in \{2; 3; 4\}$ $x \in \{4\}$

$x \in \{2\}$

8. Производная функции

$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8$ в точке $x = 1$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

9. Производная функции

$f(x) = -900(1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + \dots)$ в точке $x = 0,875$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

Тема 49. Уравнение касательной

Вариант 1

1. Укажите уравнение касательной к графику функции

$y = -x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

1 $y = -2x - 3$ 2 $y = -2x + 3$ 3 $y = 2x - 1$ 4 $y = 2x + 3$

5 $y = -2x + 1$

2. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^2$ в

точке с абсциссой $x = 2$, пересекает ось x в точке

1 $x = 0$ 2 $x = 0,25$ 3 $x = 0,5$ 4 $x = 0,6$ 5 $x = 1$

3. Касательная к параболе $y = x^2$, проведенная через точку

этой параболы с абсциссой $x = 2$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна

1 -6 2 -2 3 -3 4 -4 5 -5

4. Касательная к параболе $y = x^3$, проведенная через точку

этой параболы с абсциссой $x = 12$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна

1 6 2 6,25 3 10 4 4 5 8

5. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе $y = x^2$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 2$, то

- 1 $0 < S \leq 1,5$ 2 $1,5 < S \leq 2$ 3 $2 < S \leq 2,5$ 4 $2,5 < S \leq 3$
 5 $3 < S < 999$

6. Гипербола $y = \frac{2}{x}$ касается параболы $y = x^2 - a$ при

- 1 $a = 1$ 2 $a = 2$ 3 $a = 3$ 4 $a = \sqrt[3]{2}$ 5 $a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

7. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции

$y = x^2 - 14x + 33$, проведенными в точках графика с абсциссами $x = 3$ и $x = 11$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями координаты x , для которых касательная к графику функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 3$, проведенная в точке $(x; y(x))$, горизонтальна.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

9. Если касательная к графику функции $y = \frac{1}{x^2}$ пересекает оси абсцисс и ординат в точках с координатами $(a; 0)$ и $(0; b)$, то наибольшее возможное значение выражения a^2b равно

- 1 4,25 2 6,25 3 6,75 4 2,25 5 7,25

10. Касательная к графику функции $y = 14x^4 - 8x^7 + 2x - 2$, касающаяся этого графика в точке с абсциссой $x_1 = 1$, пересекает

ось ординат в точке, ордината которой равна y_1 . Укажите верное утверждение.

1 $y_1 \in (-999; 1, 1)$ 2 $y_1 \in [1, 1; 2, 2)$ 3 $y_1 \in [2, 2; 3, 3)$

4 $y_1 \in [3, 3; 4, 4)$ 5 $y_1 \in [4, 4; 999)$

Вариант 2

1. Укажите уравнение касательной к графику функции $y = -x^2 + 6x + 8$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

1 $y = 2x - 6$ 2 $y = 10x + 12$ 3 $y = 4x + 8$ 4 $y = -10x + 8$

5 $y = -2x + 7$

2. Касательная, проведенная к графику функции $y = x^2$ в точке с абсциссой $x = 3$, пересекает ось x в точке

1 $x = 1$ 2 $x = 1,25$ 3 $x = 1,5$ 4 $x = 1, (3)$ 5 $x = 1, (6)$

3. Касательная к параболе $y = x^2$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 8$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна

1 6 2 2 3 3 4 4 5 5

4. Касательная к графику $y = x^3$, проведенная через точку этого графика с абсциссой $x = 3$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна

1 -54 2 -48 3 -36 4 -24 5 -108

5. Если S — площадь треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе $y = \frac{x^2}{2}$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 4$, то

1 $0 < S \leq 5$ 2 $5 < S \leq 7$ 3 $7 < S \leq 9$ 4 $69 < S \leq 12$

5 $12 < S < 999$

6. Гипербола $y = \frac{16}{x}$ касается параболы $y = x^2 - a$ при

- 1 $a = 6$ 2 $a = 3\sqrt[3]{2}$ 3 $a = 8$ 4 $a = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ 5 $a = 12$

7. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции $y = 20x - x^2 - 96$, проведенными в точках графика с абсциссами $x = 8$ и $x = 12$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

8. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями координаты x , для которых касательная к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ в точке $(x; y(x))$ горизонтальна.

- 1 2 3 4 5 5

9. Наибольшая возможная площадь треугольника, образованного отрезками координатных осей и отрезком касательной к графику функции $y = \frac{1}{x}$, равна

- 1 2 3 0,5 4 4 5 1,5

10. Касательная к графику функции $y = 10x^2 - 4x^5 - x - 4$, касающаяся этого графика в точке с абсциссой $x_1 = 1$, пересекает ось ординат в точке, ордината которой равна y_1 . Укажите верное утверждение.

- 1 $y_1 \in (-999; 1, 1)$ 2 $y_1 \in [1, 1; 2, 2)$ 3 $y_1 \in [2, 2; 3, 3)$

- 4 $y_1 \in [3, 3; 4, 4)$ 5 $y_1 \in [4, 4; 999)$

Тема 50. Локальный экстремум

Вариант 1

1. Функция $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 11$ убывает на промежутке

- 1 $x \in [-1; 1]$ 2 $x \in [1; 3]$ 3 $x \in [3; 5]$ 4 $x \in [0; 2]$

- 5 $x \in [2; 4]$

2. Укажите первую цифру после запятой в десятичном представлении абсциссы x точки, в которой функция $y = x^6 - x^8$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0; +\infty)$.

1 6 2 7 3 8 4 4 5 5

3. Укажите промежутки возрастания функции $y = \frac{3x + 2}{1 - 4x}$.

1 $(-\infty; 0, 25)$ и $(2/3; +\infty)$ 2 $(-0, 25; 0, 25)$ 3 таких нет

4 $(-\infty; 0, 25)$ и $(0, 25; +\infty)$ 5 $(-\infty; -2/3)$ и $(2/3; +\infty)$

4. Наименьшее значение функции $y = 2x + \frac{1}{x^2}$ на промежутке $x \in (0; +\infty)$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 2, 5

5. Точка максимума функции $y = x^2 \cdot (7 - x)^3$ на промежутке $x \in [0; 7]$ делит этот промежуток, считая от левого конца, в отношении

1 9 : 4 2 2 : 3 3 5 : 7 4 3 : 2 5 4 : 9

6. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{x} + \sqrt{24 - 2x}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. Функция $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$ убывает на промежутке

1 $x \in [3; 5]$ 2 $x \in [4; 6]$ 3 $x \in [1; 3]$ 4 $x \in [0; 2]$ 5 $x \in [2; 4]$

2. Укажите первую цифру после запятой в десятичном представлении абсциссы x точки, в которой функция

$y = x^{12} - x^{15}$ достигает своего наибольшего значения на промежутке $x \in [0; +\infty)$.

1 6 2 2 3 7 4 8 5 0

3. Укажите промежутки убывания функции $y = \frac{1 + 4x}{2x - 3}$.

1 $(-\infty; -0,25)$ и $(-0,25; +\infty)$ 2 $(-\infty; 1,5)$ и $(1,5; +\infty)$

3 $(-0,25; 1,5)$ 4 таких нет 5 $(-\infty; +\infty)$

4. Наименьшее значение функции $y = \frac{4}{x^2} - x$ на промежутке $x \in (-\infty; 0)$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 2,5

5. Точка максимума функции $y = x^3 \cdot (5 - x)^2$ на промежутке $x \in [0; 5]$ делит этот промежуток, считая от левого конца, в отношении

1 9 : 4 2 2 : 3 3 3 : 5 4 3 : 2 5 4 : 9

6. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \sqrt{48 - 3x^2}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 51. Исследование графиков функций

Вариант 1

1. Укажите точки экстремума функции $y = 0,5x^4 - 2x^3$.

1 $x_{\max} = 3, x_{\min} = 0$ 2 $x_{\min} = 3$ 3 $x_{\min} = 3, x_{\max} = 0$

4 $x_{\max} = 3$ 5 таких нет

2. Первая прямая касается графика функции $y = \frac{38}{x - 92}$ в точке с абсциссой, равной 17. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

3. Если уравнение $9x^2 + \frac{4}{x^2} = b$ (b — параметр) имеет ровно два различных корня, то больший из них равен

- 1 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 2 $\sqrt{6}$ 3 $\frac{3}{2}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

4. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $40x^2 - 2x^5 = p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

5. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^3 + 3$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

- 1 3 2 4,5 3 6 4 12,5 5 9

Вариант 2

1. Укажите точки экстремума функции $y = 1,5x^4 + 3x^3$.

- 1 $x_{\min} = -1,5$, $x_{\max} = 0$ 2 $x_{\max} = -1,5$ 3 таких нет

- 4 $x_{\max} = -1,5$, $x_{\min} = 0$ 5 $x_{\min} = -1,5$

2. Первая прямая касается графика функции $y = \frac{46}{x - 77}$ в точке с абсциссой, равной 31. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

3. Если уравнение $36x^2 + \frac{25}{x^2} = 2b$ (b — параметр) имеет ровно два различных корня, то больший из них равен

- 1 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 2 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ 3 $\sqrt{30}$ 4 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ 5 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

4. Если значение параметра p таково, что $p > 0$, и уравнение $56x^4 - 4x^7 = p$ имеет ровно два различных корня, то p — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^5 + 6$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

- 1 12,5 2 10 3 7,5 4 6 5 12

Тема 52. Производные тригонометрических функций

Вариант 1

1. Укажите функцию, производная которой равна $2 \sin \frac{x}{3}$.

- 1 $\frac{2}{3} \cos(3x)$ 2 $6 \cos(3x)$ 3 $-\frac{2}{3} \cos(3x)$ 4 $\frac{2}{3} \cos \frac{x}{3}$ 5 $-6 \cos \frac{x}{3}$

2. Функция $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ принимает наименьшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке

- 1 $x = \frac{\pi}{2}$ 2 $x = \frac{\pi}{3}$ 3 $x = \frac{\pi}{4}$ 4 $x = \frac{\pi}{6}$ 5 $x = \frac{\pi}{12}$

3. Производная функции $7 \sin(6x) + 6 \cos(7x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

4. Функция $f(x) = \sin^4 x + 8 \cos^6 x$ принимает наименьшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке

- 1 $x = \frac{\pi}{2}$ 2 $x = \frac{\pi}{3}$ 3 $x = \frac{\pi}{4}$ 4 $x = \frac{\pi}{6}$ 5 $x = \frac{\pi}{12}$

5. Если функция $f(x) = 5 \sin x + 12 \cos x$ принимает наибольшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке x , то $\operatorname{tg} x$ равен

- 1 $\frac{5}{12}$ 2 $\frac{12}{5}$ 3 $\frac{5}{13}$ 4 $\frac{13}{5}$ 5 $\frac{12}{13}$

6. Если функция $f(x) = \sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 4x}{4}$ принимает наибольшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке x , то значение величины $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. Укажите функцию, производная которой равна $\cos \frac{x}{3}$.

- 1 $-3 \sin \frac{x}{3}$ 2 $3 \sin \frac{x}{3}$ 3 $-\frac{1}{3} \sin \frac{x}{3}$ 4 $\frac{1}{3} \sin \frac{x}{3}$ 5 $\frac{1}{3} \sin(3x)$

2. Функция $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ принимает наименьшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке

- 1 $x = \frac{\pi}{2}$ 2 $x = \frac{\pi}{3}$ 3 $x = \frac{\pi}{4}$ 4 $x = \frac{\pi}{6}$ 5 $x = \frac{\pi}{12}$

3. Производная функции $f(x) = 123 \sin(123x) - 122 \sin(122x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

4. Функция $f(x) = 27 \sin^4 x + 8 \cos^6 x$ принимает наименьшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке

- 1 $x = \frac{\pi}{2}$ 2 $x = \frac{\pi}{3}$ 3 $x = \frac{\pi}{4}$ 4 $x = \frac{\pi}{6}$ 5 $x = \frac{\pi}{12}$

5. Если функция $f(x) = 3 \sin x - 4 \cos x$ принимает наибольшее значение на промежутке $[0; \pi]$ в точке x , то $\operatorname{tg} x$ равен

- 1 $\frac{3}{4}$ 2 $\frac{4}{3}$ 3 $-\frac{3}{4}$ 4 $-\frac{4}{3}$ 5 $-\frac{3}{5}$

6. Если функция $f(x) = \sin x + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7}$ принимает наибольшее значение на промежутке $[0; \pi/2]$ в точке x , то значение величины $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

Тема 53. Применение производной

Вариант 1

1. Число 24 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых таким образом, чтобы произведение их квадратов принимало наибольшее возможное значение.

15 + 9 12 + 12 8 + 16 1 + 23 4 + 20

2. Расход топлива за 1 ч движения парохода с постоянной скоростью v км/ч равен $128 + v^5$ л. Найдите скорость, при которой для преодоления расстояния 1 км потребуется наименьшее количество топлива.

1 2 3 4 5

3. Точка движется по прямой по закону $x(t) = t^2$, x — координата, t — время. Найдите среднее значение скорости на промежутке $t \in [0; 4]$.

1 2 4 $\frac{64}{3}$ $\frac{16}{3}$

4. Точка движется по прямой по закону $x(t) = -t^2 + 10t - 7$. Найдите скорость при $t = 3$.

-5 4 14 19 -3

5. Одно из оснований равнобедренной трапеции совпадает с диаметром окружности и равно 10, другое основание является хордой той же окружности. Если число α равно острому углу

этой трапеции (выраженному в градусах), при котором ее площадь принимает наибольшее значение, то

- 1 $\alpha \in (0; 27)$ 2 $\alpha \in [27; 38)$ 3 $\alpha \in [38; 46)$ 4 $\alpha \in [46; 63)$
 5 $\alpha \in [63; 90)$

6. Радиус прямого кругового цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в прямой круговой конус с радиусом основания 48 и высотой 12, равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Озеро имеет форму прямоугольника со сторонами 30 км и 100 км. Билл находится в центре озера в лодке, скорость которой равна 3 км/ч, по суше он может передвигаться со скоростью 5 км/ч. Какое минимальное время (в часах) потребуется ему для перемещения в угол озера, если траекторию движения можно выбирать произвольно?

- 1 12 2 13 3 14 4 15 5 16

Вариант 2

1. Число 18 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых таким образом, чтобы сумма их квадратов принимала наименьшее возможное значение.

- 1 $4 + 14$ 2 $1 + 17$ 3 $8 + 10$ 4 $9 + 9$ 5 $6 + 12$

2. Расход топлива за 1 ч движения парохода со скоростью v км/ч равен $243 + v^4$ л. Найдите наименьшее количество топлива, достаточное для преодоления расстояния 1 км, и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

3. Точка движется по прямой по закону $x(t) = t^2$, x — координата, t — время. Найдите среднее значение скорости на промежутке $t \in [-2; 2]$.

- 1 2 2 4 3 8 4 0 5 $\frac{16}{3}$

4. Точка движется по прямой по закону $x(t) = -t^2 + 9t + 8$. Найдите скорость при $t = 4$.

- 1 1 2 25 3 5 4 -25 5 9

5. В круг с диаметром 10 вписан равнобедренный треугольник. Если число α равно углу при вершине этого треугольника (выраженному в градусах), при котором его площадь принимает наибольшее значение, то

- 1 $\alpha \in (0; 27)$ 2 $\alpha \in [27; 38)$ 3 $\alpha \in [38; 46)$ 4 $\alpha \in [46; 63)$
 5 $\alpha \in [63; 90)$

6. Радиус прямого кругового конуса наименьшего объема, в который можно вписать прямой круговой цилиндр с радиусом основания 48 и высотой 12, равен натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Озеро имеет форму прямоугольника со сторонами 40 км и 100 км. Билл находится в центре озера в лодке, скорость которой равна 4 км/ч, по суше он может передвигаться со скоростью 5 км/ч. Какое минимальное время (в часах) потребуется ему для перемещения в угол озера, если траекторию движения можно выбрать произвольно?

- 1 12 2 13 3 14 4 15 5 16

Тема 54. Графические методы, модуль

Вариант 1

1. Площадь фигуры, образованной всеми точками, координаты которых удовлетворяют условиям $0 \leq y \leq 6 - |x|$, равна

- 1 72 2 48 3 54 4 36 5 24

2. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно неравенству $0 \leq y \leq 6 - |x|$ и неравенству $x \leq 2$, равна

- 1 10 2 64 3 25 4 28 5 36

3. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 789 - |x - 321|$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

4. Площадь фигуры, состоящей из всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $|x| + |y| \leq 3$ и $|x| \leq 1$, равна

- 1 14 2 10 3 16 4 18 5 12

5. Площадь фигуры $|x - 1| + |x + 1| \leq y \leq 8$ равна

- 1 32 2 28 3 20 4 30 5 24

6. Площадь фигуры $|x - y| + |x + y| \leq 4$ равна

- 1 14 2 10 3 16 4 18 5 12

7. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = 5 - |x|$, до точки $(1; 1)$ равно

- 1 $0,5\sqrt{2}$ 2 $1 + \sqrt{2}$ 3 $\sqrt{2} + 0,5$ 4 $\sqrt{2}$ 5 $1,5\sqrt{2}$

8. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} ||x| - |y|| = 2, \\ x^2 + y^2 = 20? \end{cases}$$

- 1 четыре 2 шесть 3 восемь 4 нечетное число 5 ни одного

9. Наибольшая возможная площадь многоугольника на плоскости, все вершины которого являются решениями системы уравнений $\begin{cases} ||x| - |y|| = 2, \\ x^2 + y^2 = 20, \end{cases}$ равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Укажите наименьшее значение величины $\sqrt{x^2 + y^2}$ для всех тех точек плоскости, координаты которых x и y удовлетворяют условию $|x + y| = \sqrt{2}$.

1 $1/\sqrt{2}$ 2 3 1 4 $2\sqrt{2}$ 5 $\sqrt{2}$

11. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и имеет наименьшее значение, равное 2, то наибольшее значение функции $y = 5 - 3 \cdot f(2x - 4)$ равно

1 -1 2 2 3 0 4 8 5 11

Вариант 2

1. Площадь фигуры, образованной всеми точками, координаты которых удовлетворяют условиям $0 \leq y \leq 2 - |x - 1|$, равна

1 1,5 2 1 3 4 4 2 5 3

2. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно неравенству $0 \leq y \leq 2 - |x|$ и неравенству $x \leq 1$, равна

1 1,75 2 2,25 3 3,25 4 3,5 5 4,5

3. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 938 - |x - 184|$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

4. Площадь фигуры, состоящей из всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $|x| + |y| \leq 3$, $|x| \leq 2$ и $|y| \leq 2$, равна

1 16 2 14 3 12 4 13 5 18

5. Площадь фигуры $|y| \leq 6 - |x - 2| - |x + 2|$ равна

1 18 2 28 3 20 4 16 5 24

6. Площадь фигуры $|2x - y| + |2x + y| \leq 12$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = |3 - |x||$, до точки $(3; 6)$ равно

$4\sqrt{2}$ $2 + \sqrt{2}$ $2\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$ $1,5\sqrt{2}$

8. Сколько решений имеет система $\begin{cases} |x + y| + |y| = 6, \\ x^2 + y^2 = 37? \end{cases}$ Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

9. Наибольшая возможная площадь многоугольника на плоскости, все вершины которого являются решениями системы уравнений

$\begin{cases} |x + y| + |y| = 6, \\ |x| + |y| = 6, \end{cases}$ равна натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Наибольшее значение величины $|x| + |y|$ для всех тех точек плоскости, координаты которых x и y удовлетворяют условию $|x + y| + |y| = 6$, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

11. Если функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и имеет наименьшее значение, равное -1 , то наибольшее значение функции $y = 3 - 5 \cdot f(2 - x)$ равно

-2 8 -8 2 -11

Тема 55. Графические методы, окружность

Вариант 1

1. Укажите кратчайшее расстояние от точки $x = 5; y = 12$ на плоскости до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 9$.

- 1) 10 2) 12 3) 16 4) 4 5) 13

2. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = \sqrt{4 - x^2}$, до точки $(1; -1)$ равно

- 1) $2 - \sqrt{2}$ 2) $\sqrt{2} - 1$ 3) $\sqrt{2} + 1$ 4) $2\sqrt{2}$ 5) $\sqrt{2}$

3. Площадь фигуры, определяемой неравенством $x^2 + y^2 \leq 4x$, равна

- 1) 2π 2) $1,5\pi$ 3) 4π 4) π 5) $0,5\pi$

4. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $9 \leq x^2 + y^2 \leq 16$, равна

- 1) $3,5\pi$ 2) 175π 3) 25π 4) 7π 5) 14π

5. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ и $y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}$, равна

- 1) 2π 2) π 3) $1,5\pi$ 4) $0,5\pi$ 5) $\frac{\pi}{3}$

6. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ x + y \leq 2, \end{cases}$ равна

- 1) 4π 2) 3π 3) 2π 4) π 5) $\frac{\pi}{2}$

7. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют системе неравенств $4x \leq x^2 + y^2 \leq 16x$, равна

- 1) 12π 2) 60π 3) 240π 4) 16π 5) 18π

8. Площадь фигуры на плоскости, образованной всеми точками, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{4 - x^2} \geq y \geq (-x - 2)$, равна

- 1 $8 + 3\pi$ 2 $8 + 2\pi$ 3 $4 + 4\pi$ 4 $8 + 4\pi$ 5 $4 + 3\pi$

9. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x - 4 \leq y \leq \sqrt{8x - x^2}$, равна

- 1 $3\pi + 4$ 2 6π 3 $6\pi + 8$ 4 8π 5 $4\pi + 6$

10. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{1 - x^2} \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}$.

- 1 $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$ 2 $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ 3 $\frac{3\pi}{2}$ 4 $\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ 5 $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

11. Найдите положительное значение параметра R , при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2Rx, \\ |x| + |y| = 62 \end{cases}$ имеет ровно три решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. Наибольшее расстояние от точки $x = 5; y = 4$ до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 4x$, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

2. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = \sqrt{4 - x^2}$, до точки $(3; -4)$ равно

- 1 3 2 2 3 $\sqrt{17} - 2$ 4 $\sqrt{17}$ 5 $\sqrt{5} - 2$

3. Площадь фигуры, определяемой неравенством $x^2 + y^2 \leq 2|x|$, равна

- 1 2π 3 1,5π 4 4π 5 π 6 0,5π

4. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $1 \leq x^2 + y^2 \leq 16$, равна

- 1 30π 2 255 3 15π 4 3π 5 7,5π

5. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $9 \leq x^2 + y^2 \leq 16$ и $y \geq x$, равна

- 1 $\frac{5\pi}{3}$ 2 5π 3 2,5π 4 3,5π 5 $\frac{10\pi}{3}$

6. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ y \leq 2 - |x - 2|, \end{cases}$ равна

- 1 3π + 4 2 2π + 2 3 4π - 2 4 2π + 4 5 3π + 2

7. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют системе неравенств $6x \leq x^2 + y^2 \leq 8x$, равна

- 1 2π 2 8π 3 7π 4 28π 5 60π

8. Площадь фигуры на плоскости, образованной всеми точками, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств $\sqrt{-x^2 + 4x + 12} \geq y \geq -\sqrt{-x^2 - 4x + 12}$, равна

- 1 8 + 6π 2 4π 3 8 + 8π 4 8 + 4π 5 8π

9. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x - 1 \leq y \leq \sqrt{2x - x^2}$, равна

- 1 $\frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2}$ 2 $\frac{3}{8}\pi + \frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{2}\pi + \frac{3}{2}$ 4 $\frac{3}{16}\pi + \frac{1}{4}$ 5 $\frac{3}{16}\pi + \frac{1}{2}$

10. Вычислите площадь фигуры S на плоскости, образованной всеми точками, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют системе неравенств $-\sqrt{1-x^2} \leq y \leq \sqrt{4-x^2}$.

- 1 $\sqrt{3} + \frac{5\pi}{6}$ 2 $2\sqrt{3} - \frac{5\pi}{6}$ 3 $\frac{11\pi}{6}$ 4 $\sqrt{3} + \frac{7\pi}{6}$ 5 $\sqrt{3} + \frac{11\pi}{6}$

11. Найдите наибольшее значение параметра a , при котором система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10x, \\ |x| + |y| = a \end{cases}$ имеет ровно два решения, и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

Тема 56. Основные операции над векторами

Вариант 1

1. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\vec{AB} = (1; 3)$, вектор $\vec{BC} = (3; 1)$. Длина диагонали BD равна

- 1 $\sqrt{10}$ 2 5 3 $\sqrt{8}$ 4 3 5 $\sqrt{13}$

2. Угол между векторами $(9; -5)$ и $(7; 2)$ равен

- 1 60° 2 135° 3 90° 4 30° 5 45°

3. В треугольнике ABC вектор $\vec{AB} = (2; 4)$, вектор $\vec{AC} = (4; 1)$. Длина стороны BC равна

- 1 $\sqrt{10}$ 2 5 3 $\sqrt{8}$ 4 3 5 $\sqrt{13}$

4. Наибольшее значение параметра m , при котором векторы $\vec{a} = (m + 7; -21)$ и $\vec{b} = (m - 21; 28)$ параллельны, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

5. Наибольшее значение параметра m , при котором векторы $\vec{a} = (m + 7; -21)$ и $\vec{b} = (m - 21; 28)$ перпендикулярны, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

Вариант 2

1. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\overrightarrow{AB} = (1; 5)$, вектор $\overrightarrow{BC} = (4; 1)$. Длина диагонали BD равна

- 1 $\sqrt{20}$ 2 3 3 $\sqrt{13}$ 4 5 5 $\sqrt{10}$

2. Угол между векторами $(-4; 7)$ и $(11; -3)$ равен

- 1 45° 2 135° 3 60° 4 150° 5 120°

3. В треугольнике ABC вектор $\overrightarrow{AB} = (1; 3)$, вектор $\overrightarrow{AC} = (3; 1)$. Длина стороны BC равна

- 1 $\sqrt{10}$ 2 5 3 $\sqrt{8}$ 4 3 5 $\sqrt{13}$

4. Наибольшее значение параметра m , при котором векторы $\vec{a} = (m + 4; 6)$ и $\vec{b} = (m + 13; 8)$ параллельны, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

5. Наибольшее значение параметра m , при котором векторы $\vec{a} = (m + 4; 6)$ и $\vec{b} = (m - 13; 11)$ перпендикулярны, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Тема 57. Свойства векторов

Вариант 1

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E , $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BE} = \vec{c}$. Укажите верное утверждение.

- 1 $\vec{c} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ 2 $\vec{c} = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ 3 $\vec{c} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$
 4 $\vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ 5 $\vec{c} = -\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

2. Если точка M , лежащая на стороне AB треугольника ABC , делит сторону AB в отношении $12 : 5$ считая от точки A , то вектор \overrightarrow{CM} можно представить в виде $\overrightarrow{CM} = p \cdot \overrightarrow{CA} + q \cdot \overrightarrow{CB}$, где

1 $p = \frac{5}{12}, q = \frac{12}{5}$ 2 $p = \frac{12}{5}, q = \frac{5}{12}$ 3 $p = \frac{12}{17}, q = \frac{5}{17}$

4 $p = \frac{5}{17}, q = \frac{12}{17}$ 5 $p = \frac{5}{13}, q = \frac{12}{13}$

3. Длина каждого из трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равна 3. Вектор \vec{a} перпендикулярен вектору \vec{b} , вектор \vec{b} перпендикулярен вектору \vec{c} , длина вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ равна $\sqrt{18}$. Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{c} .

1 0° 2 60° 3 90° 4 120° 5 180°

4. Если точки A, B, C являются вершинами треугольника и точка M выбрана так, что $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0$, то точка M совпадает с точкой пересечения

1 высот 2 биссектрис 3 медиан

4 срединных перпендикуляров

5 самой короткой медианы и самой длинной биссектрисы

5. Наибольшее значение параметра p , при котором система $\begin{cases} (x-9)^2 + (y-4)^2 = 8, \\ y = x - p + 10 \end{cases}$ имеет единственное решение, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 2

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E , $\overrightarrow{DC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{c}$. Укажите верное утверждение.

1 $\vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ 2 $\vec{c} = -\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ 3 $\vec{c} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$

4 $\vec{c} = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ 5 $\vec{c} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

2. Если точка M , лежащая на стороне AB треугольника ABC , делит сторону AB в отношении $7 : 8$ считая от точки A , то вектор \overrightarrow{CM} можно представить в виде $\overrightarrow{CM} = p \cdot \overrightarrow{CA} + q \cdot \overrightarrow{CB}$, где

1 $p = \frac{8}{15}, q = \frac{7}{15}$ **2** $p = \frac{7}{15}, q = \frac{8}{15}$ **3** $p = \frac{7}{8}, q = \frac{8}{7}$

4 $p = \frac{8}{7}, q = \frac{7}{8}$ **5** $p = \frac{7}{\sqrt{113}}, q = \frac{8}{\sqrt{113}}$

3. Длина каждого из трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равна $\sqrt{2}$. Вектор \vec{a} перпендикулярен вектору \vec{b} , вектор \vec{b} перпендикулярен вектору \vec{c} , длина вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ равна $\sqrt{10}$. Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{c} .

1 0° **2** 60° **3** 90° **4** 120° **5** 180°

4. Если точки A, B, C являются вершинами треугольника и точка M выбрана так, что сумма длин отрезков MA, MB и MC принимает наименьшее возможное значение, то точка M

1 совпадает с точкой пересечения высот

2 совпадает с точкой пересечения биссектрис

3 совпадает с точкой пересечения медиан

4 совпадает с точкой пересечения средних перпендикуляров

5 такова, что отрезки MA, MB, MC образуют углы 120°

5. Наибольшее значение параметра p , при котором система $\begin{cases} (x - 11)^2 + (y - 6)^2 = 25, \\ 3y = 4x - p + 100 \end{cases}$ имеет единственное решение, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0

Тема 58. Уравнения и неравенства с параметром
Вариант 1

1. Укажите все значения параметра p , при которых уравнение $(p - 4)x = p - 3$ имеет единственный корень.

- 1 {4} 2 $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ 3 {3} 4 таких не существует
 5 $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

2. Найдите наибольшее значение параметра b , при котором все решения неравенства $|x - b| \leq 4$ являются также решениями неравенства $|x| \leq 7$.

- 1 11 2 4 3 7 4 3 5 5

3. Парабола $y = x^2$ имеет единственную общую точку с прямой $y = 4x + a$ при значении параметра a , равном

- 1 -2 2 2 3 -4 4 4 5 ± 2

4. Найдите произведение всех различных значений параметра a , при которых уравнение $x^2 - ax + 4 = 0$ имеет ровно один корень.

- 1 4 2 8 3 -16 4 16 5 -8

5. Сумма всех различных значений параметра b , при которых уравнение $(b - 3)x^2 + 13x + b + 2 = 0$ имеет единственный корень, равна

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

6. При каком значении параметра b уравнение $\left| \frac{2|x| - 12}{|x| - 3} \right| = b$ имеет ровно три различных корня?

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

7. Все значения параметра p , при которых уравнение $\frac{2|x| - 3}{|x| - 3} = p$ не имеет корней, образуют промежуток, длина которого равна

1 2 0,5 3 1 4 1,5 5 2,5

8. Укажите наибольшее значение параметра a , при котором прямая $x + y = a$ и гипербола $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ имеют единственную общую точку.

1 2 3 3 4 4 5 5

9. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 16|x| + 80 = b$ имеет ровно два различных корня, равно натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $3,5b \sin x + 0,5b = 12$ имеет по крайней мере один корень.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

Вариант 2

1. Укажите все значения параметра p , при которых уравнение $\frac{p-3}{x} = p-4$ имеет единственный корень.

1 {4} 2 $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ 3 $(-\infty; 3) \cup (3; 4) \cup (4; +\infty)$

4 {3} 5 $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

2. Найдите наибольшее значение параметра b , при котором все решения неравенства $|x - b| \leq 5$ являются также решениями неравенства $|x| \leq 7$.

1 5 2 2 3 1 4 12 5 таких значений b не существует

3. Парабола $y = x^2$ имеет единственную общую точку с прямой $y = 2x + a$ при значении параметра a , равном

1 -2 2 3 -1 4 1 5 ± 1

4. Найдите произведение всех различных значений параметра a , при которых уравнение $x^2 - ax + 9 = 0$ имеет ровно один корень.

1 91 2 -36 3 -18 4 36 5 18

5. Сумма всех различных значений параметра b , при которых уравнение $(b + 1)x^2 + 9x + b - 5 = 0$ имеет единственный корень, равна

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

6. При каком значении параметра b уравнение $\left| \frac{3|x| - 7}{|x| - 7} \right| = b$

имеет ровно три различных корня?

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

7. Все значения параметра p , при которых уравнение $\frac{3|x| - 4}{|x| - 4} = p$ не имеет корней, образуют промежуток, длина которого равна

1 2 2 0,5 3 1 4 1,5 5 2,5

8. Найдите среднее арифметическое всех значений параметра p , при которых прямая $x + y = p$ и гипербола $y = \frac{3x - 2}{x - 1}$ имеют единственную общую точку.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

9. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 18|x| + 95 = b$ имеет ровно два различных корня, равно натуральному числу. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Найдите наименьшее положительное значение параметра b , при котором уравнение $\frac{12}{5 \sin x + 1} = b$ имеет по крайней мере один корень.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

Тема 59. Системы с параметром

Вариант 1

1. Система $\begin{cases} 6x + py = 2p, \\ 4x + 3y = 6 \end{cases}$ имеет больше одного решения при

- 1) одном значении параметра $p \in (-\infty; 2]$
- 2) одном значении параметра $p \in (2; 6]$
- 3) одном значении параметра $p \in (6; +\infty)$
- 4) двух различных значениях параметра p
- 5) таких значений параметра p не существует

2. При каких значениях параметра p система уравнений

$$\begin{cases} 3x + py = 6, \\ px + 27y = 2p \end{cases} \text{ не имеет решений?}$$

- 1) $p = 9$ 2) $p = -9$ 3) $p \in \{9; -9\}$
- 4) таких значений параметра не существует
- 5) $p \in (-\infty; -9) \cup (-9; 9) \cup (9; +\infty)$

3. Система $\begin{cases} (m-2)x + (m+1)y = 3m-4, \\ x + (m-3)y = 2m-1 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений при

- 1) одном значении $m \in (-4; 4)$
- 2) одном значении $m \in (-\infty; -4]$
- 3) одном значении $m \in [4; +\infty)$
- 4) ровно двух значениях параметра m
- 5) таких значений параметра m не существует

4. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} ax + 4y = 4, \\ 9x + ay = b \end{cases} \text{ имеет бесконечное множество решений хотя бы}$$

для одного значения параметра b ?

- 1) при одном значении параметра $a \in [4; 6]$
- 2) при одном значении параметра $a \in (-4; 4)$
- 3) при одном значении параметра $a \in [-6; -4]$

4 при двух различных значениях параметра a

5 таких значений параметра a не существует

5. Наименьшее положительное значение параметра p , при котором система $\begin{cases} x \cdot \sin \frac{\pi p}{12} - y = \cos \frac{\pi p}{12}, \\ x - 2y = -\sqrt{3} \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

6. Система уравнений $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = 3 \end{cases}$ имеет единственное решение при

1 $a = \pm\sqrt{24}$ 2 $a = \pm\sqrt{12}$ 3 $a = \pm 4$ 4 $a = \pm\sqrt{18}$ 5 $a = \pm 8$

7. Сколько имеется положительных целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3, \\ \sqrt{18} \cdot x + \frac{y}{\sqrt{3}} = p \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

1 шесть или меньше 2 семь 3 восемь 4 девять

5 десять или больше

8. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p , при которых уравнение $36 \sin(\arcsin x) = (x - p)^2$ имеет единственный корень?

1 12 или меньше 2 13 3 14 4 15 5 16 или больше

9. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p , при которых уравнение $144 \sin\left(\arcsin \frac{x}{12}\right) = (x - p)^2$ имеет единственный корень?

1 22 или меньше 2 23 3 24 4 25 5 26 или больше

10. Сколько имеется целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 5, \\ 4y = 4x^2 - p \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения?

- 1 меньше 80 2 80 3 81 4 82 5 больше 83

11. Произведение всех ненулевых значений параметра k , при которых графики функций $y = \frac{2x-3}{x-1}$ и $y = kx$ имеют ровно одну общую точку, равно

- 1 2 3 4 5

Вариант 2

1. При каких значениях параметра p система уравнений $\begin{cases} 2x + py = 1, \\ px + 8y = 4 \end{cases}$ не имеет решений?

- 1 $p = 4$ 2 $p = -4$ 3 $p \in \{4; -4\}$

4 таких значений параметра не существует

- 5 $p \in (-\infty; -4) \cup (-4; 4) \cup (4; +\infty)$

2. При каких значениях параметра p система уравнений $\begin{cases} (p+2)x + y = p+3, \\ 2x + (p+3)y = p+5 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?

1 при одном значении параметра p , причем $p \in [3; +\infty)$

2 при одном значении параметра p , причем $p \in (-3; 3)$

3 при одном значении параметра p , причем $p \in (-\infty; -3]$

4 при двух значениях параметра p

5 таких значений параметра p не существует

3. Система $\begin{cases} (m+3)x + 2y = 7 + 2m, \\ 2x + (m+6)y = 4 - m \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений при

1 ровно двух значениях параметра m

2 одним значением $m \in (-\infty; -4]$

3 одним значением $m \in (-4; 4)$

4 одним значением $m \in [4; +\infty)$

5 таких значений параметра m не существует

4. Система уравнений $\begin{cases} x + \frac{y}{a} = 4, \\ xy = 6 \end{cases}$ имеет единственное решение при

1 $a = 1, (6)$ 2 $a = 1,25$ 3 $a = 1,125$ 4 $a = 1,5$ 5 $a = 1,375$

5. Сумма всех различных значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} 3x + 7y = p, \\ xy = 4 + p \end{cases}$ имеет единственное решение, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

6. Если расстояние между точками на плоскости $(x; y)$, координаты которых являются решениями системы $\begin{cases} x + y = \sqrt{p}, \\ xy = 3, \end{cases}$ равно 14, то значение параметра p равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. Пусть N — количество целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 672, \\ \left| \sqrt{75} \cdot x + \frac{y}{\sqrt{3}} \right| = p \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения. Укажите остаток от деления N на 5.

1 2 3 4 5 0

8. Сколько имеется различных целочисленных значений параметра p , при которых уравнение $100 \sin(\arcsin x) = (x - p)^2$ имеет единственный корень?

1 19 или меньше 2 20 3 21 4 22 5 23 или больше

9. Сколько имеется целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 3, \\ 4y = 4x^2 - p \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения?

1 меньше 22 2 22 3 23 4 24 5 больше 24

10. Сумма всех различных значений параметра k , при которых графики функций $y = \frac{2x - 5}{x - 2}$ и $y = kx$ имеют ровно одну общую точку, равна

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

Контрольные работы

Вариант 3-1

1. Выражение $\cos \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6}$ равно

- 1 $1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$ 2 $1 - \sqrt{3}$ 3 $\sqrt{3}$ 4 $2\sqrt{3}$ 5 $\frac{1}{\sqrt{3}}$

2. Если $\operatorname{tg} x = 2$, то выражение $\frac{3 \sin x + 4 \cos x}{2 \sin x - \cos x}$ равно

- 1 3, (3) 2 1 3 -1 4 2 5 -2

3. Выражение $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \sin(\pi - x)$ тождественно равно

- 1 $\cos^2 x$ 2 $-\cos^2 x$ 3 $-\sin^2 x$ 4 $-\sin x \cdot \cos x$ 5 $\sin x \cdot \cos x$

4. Если $\cos x = -0,8$ и $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, то значение выражения $\sin 2x$ равно

- 1 -0,96 2 0,96 3 -0,48 4 0,48 5 0,24

5. Наибольшее значение функции $y = 1 + 3 \sin(2x - 4)$ равно

- 1 1 2 8 3 3 4 4 5 13

6. Множество всех значений параметра b , при которых уравнение $\frac{8}{5 + 3 \sin x} = b$ имеет хотя бы один корень, представляет промежуток, длина которого равна

- 1 3 2 8 3 5 4 2 5 4

7. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $\sin^2 x - 3 \sin x = p$ имеет хотя бы один корень.

- 1 3 2 4 3 1 4 $\sqrt{10}$ 5 $\frac{1}{3}$

8. Вычислите значение выражения $\frac{72}{\pi} \arccos \frac{1}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 2 3 4 5 0

9. Величина $\sin\left(2 \arcsin \frac{5}{13}\right)$ равна

$-\frac{10}{13}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{120}{169}$ $\frac{12}{13}$ $-\frac{144}{169}$

10. Вычислите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{1}{\sqrt{122}}\right)$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

11. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\frac{7\pi}{30}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{2\pi}{15}$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{4\pi}{15}$

12. Сумма всех различных корней уравнения $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

$0,5\pi$ π 2π 3π 4π

13. Наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{-\sqrt{3} \cos x} = \sqrt{\sin x}$ расположен на числовой оси ближе всего к числу

$\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{5\pi}{4}$ $\frac{7\pi}{4}$

14. Наименьший положительный корень уравнения $2 \cos^2 x + 3\sqrt{3} \cos x + 3 = 0$ принадлежит промежутку

$\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$ $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$ $\left(\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$ $\left(\frac{5\pi}{4}; 2\pi\right]$

15. Сумма S всех различных корней уравнения

$\sin(2x) = \sqrt{3} \sin x$ на промежутке $x \in (0; 2\pi)$ удовлетворяет условию

1 $0 < S \leq \frac{3\pi}{2}$ 2 $\frac{3\pi}{2} < S \leq 2\pi$ 3 $2\pi < S \leq \frac{5\pi}{2}$

4 $\frac{5\pi}{2} < S \leq 3\pi$ 5 $3\pi < S \leq 999$

16. Решите уравнение $\sqrt{6} \cdot \cos x + \sqrt{1 + \cos x} = 0$.

1 $\pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

2 $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ 3 $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ 4 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

5 $\pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$

17. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin 3x + \sin 5x = \cos x$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно

1 24 2 36 3 48 4 32 5 12

18. Если x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin(17x) + \sin(219x) = \sin(23x) + \sin(225x)$, то значение выражения $\pi \cdot x_1^{-1}$ является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

19. Если x — наименьший положительный корень уравнения $128 \cdot \cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) = \cos(255x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

20. Решите неравенство $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

1 $2\pi n - \frac{7\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{\pi}{6}$ 2 $2\pi n + \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{5\pi}{6}$

3 $2\pi n - \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{\pi}{6}$ 4 $2\pi n + \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{11\pi}{6}$

5 $2\pi n - \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{7\pi}{6}$

21. Все решения неравенства $\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{5}{16} \geq \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$, принадлежащие промежутку $x \in [-\pi; \pi]$, образуют промежуток, длина которого равна

1 $\frac{4\pi}{3}$ 2 $\frac{5\pi}{3}$ 3 π 4 $\frac{\pi}{3}$ 5 $\frac{2\pi}{3}$

22. Множество всех решений неравенства $\arcsin(x) \geq \frac{\pi}{6}$ образует промежуток, длина которого равна

1 1,5 2 0,5 3 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $\sqrt{3}$

23. Уравнение $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{6}{x}\right) = \sqrt{\frac{4}{x}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

1 $x \in [6; 8)$ 2 $x \in [8; 11)$ 3 $x \in [11; 13)$ 4 $x \in [13; 17)$

5 $x \in [17; 999)$

24. Если одну сторону прямоугольника увеличить на 20%, а другую — на 25%, то площадь увеличится на

1 50% 2 65% 3 60% 4 55% 5 45%

25. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной a и углом при вершине $\alpha = \arccos(0,2)$ расстояние между основаниями медианы и высоты, опущенных на боковую сторону из одной и той же вершины основания, равно

1 $0,1a$ 2 $0,2a$ 3 $0,3a$ 4 $0,4a$ 5 $0,5a$

26. Средняя линия трапеции с основаниями 9 и 5 делит площадь трапеции в отношении

- 1 7 : 5 2 9 : 5 3 5 : 4 4 5 : 3 5 4 : 3

27. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $AB = 4$, а также величина $\angle A = \arccos(-0,8)$. Значение величины BC^2 равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

28. В прошлом году акция компании "Кокос" стоила 100 руб. В январе этого года акция стала дороже на 20%, в феврале она стала дороже еще на 30%. На сколько рублей возросла стоимость акции с прошлого года?

- 1 50 2 54 3 53 4 56 5 64

29. Расходы на заработную плату составляют 80% общих расходов фирмы. Если величина заработной платы (в рублях) уменьшится в 12 раз при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на заработную плату составит от общих расходов фирмы

- 1 6, (6)% 2 6% 3 25% 4 36% 5 68%

30. Если Билл повысит свою производительность труда на 20%, а Джек — на 100% против плана, то время совместного выполнения работы уменьшится на 20%. Плановая производительность труда Билла относится к плановой производительности Джека как

- 1 10 : 1 2 11 : 1 3 12 : 1 4 9 : 1 5 15 : 1

Вариант 3-2

1. Выражение $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} + 2 \cos \frac{5\pi}{6} - \sin \frac{3\pi}{2}$ равно

- 1 $1 + 2\sqrt{3}$ 2 $1 + \sqrt{3}$ 3 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4 1 5 $2\sqrt{3} - 1$

2. Если $\operatorname{tg} x = -2$, то выражение $\frac{3 \sin x + \cos x}{3 \sin x + 2 \cos x}$ равно

- 1 0,8 2 1,25 3 -0,8 4 -1,25 5 -1,5

3. Выражение $\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ тождественно равно

- 1 $\cos^2 x$ 2 $-\cos^2 x$ 3 $\sin^2 x$ 4 $-\sin^2 x$ 5 $\sin x \cdot \cos x$

4. Если $\sin x = 0,6$ и $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, то значение выражения $\sin 2x$ равно

- 1 -0,48 2 0,48 3 -0,96 4 0,96 5 -0,24

5. Наибольшее значение функции $y = 2 + 3 \sin(4x + 2)$ равно

- 1 12 2 2 3 14 4 8 5 5

6. Множество всех значений параметра b , при которых уравнение $\frac{21}{5 + 2 \sin x} = b$ имеет хотя бы один корень, представляет промежуток, длина которого равна

- 1 3 2 8 3 4 4 7 5 2

7. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $\sin^2 x - 5 \sin x = p$ имеет хотя бы один корень.

- 1 $\sqrt{26}$ 2 $\frac{1}{5}$ 3 1 4 5 5 6

8. Вычислите значение выражения $\frac{33}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Величина $\cos\left(2 \arcsin \frac{3}{5}\right)$ равна

- 1 0,36 2 -0,36 3 0,6 4 -0,28 5 0,28

10. Вычислите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{82}}\right)$ и укажите остаток от деления этого числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

11. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos 2x = -0,5$.

- 1 $\frac{\pi}{6}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 $\frac{5\pi}{12}$ 4 $\frac{7\pi}{12}$ 5 $\frac{\pi}{3}$

12. Сумма всех различных корней уравнения $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ на промежутке $x \in [0; 2\pi]$ равна

- 1 $0,5\pi$ 2 π 3 2π 4 3π 5 4π

13. Наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{-\sqrt{3}\cos x} = \sqrt{-\sin x}$ расположен на числовой оси ближе всего к числу

- 1 $\frac{\pi}{4}$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{3\pi}{4}$ 4 $\frac{5\pi}{4}$ 5 $\frac{7\pi}{4}$

14. Наименьший положительный корень уравнения $2\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$ принадлежит промежутку

- 1 $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$ 2 $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ 3 $\left(\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$ 4 $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right]$ 5 $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$

15. Сумма S всех различных корней уравнения $\sin(2x) = \sqrt{3}\cos x$ на промежутке $x \in (0; 2\pi)$ удовлетворяет условию

- 1 $0 < S \leq \frac{3\pi}{2}$ 2 $\frac{3\pi}{2} < S \leq 2\pi$ 3 $2\pi < S \leq \frac{5\pi}{2}$

- 4 $\frac{5\pi}{2} < S \leq 3\pi$ 5 $3\pi < S \leq 999$

16. Решите уравнение $\sqrt{6} \cdot \cos x = \sqrt{1 + \cos x}$.

1 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ 2 $\pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

3 $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ 4 $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$

5 $\pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$

17. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin 3x + \sin 7x = \cos 2x$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно

1 24 2 30 3 48 4 32 5 36

18. Если x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin(27x) + \sin(231x) = \sin(33x) + \sin(237x)$, то значение выражения $\pi \cdot x_1^{-1}$ является натуральным числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

19. Если x — наименьший положительный корень уравнения $128 \cdot \cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) + \cos(257x) = 0$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

20. Решите неравенство $\sin x > \frac{1}{2}$ (в ответах $n \in \mathbf{Z}$).

1 $2\pi n - \frac{7\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{\pi}{6}$ 2 $2\pi n + \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{5\pi}{6}$

3 $2\pi n - \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{\pi}{6}$ 4 $2\pi n + \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{11\pi}{6}$

5 $2\pi n - \frac{\pi}{6} < x < 2\pi n + \frac{7\pi}{6}$

21. Все решения неравенства $\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) \geq \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{4}$, принадлежащие промежутку $x \in [-\pi; \pi]$, образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 π 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{5\pi}{3}$

22. Множество всех решений неравенства $\arcsin(x) \leq \frac{5\pi}{6}$ образует промежуток, длина которого равна

- 1 1,5 2 0,5 3 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 2

23. Уравнение $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{x}\right) = \sqrt{\frac{2}{x}}$ имеет корень, принадлежащий промежутку

- 1 $x \in [3; 8)$ 2 $x \in [8; 11)$ 3 $x \in [11; 13)$ 4 $x \in [13; 17)$
 5 $x \in [17; 999)$

24. Если одну сторону прямоугольника увеличить на 20%, а другую — на 30%, то площадь увеличится на

- 1 65% 2 56% 3 66% 4 50% 5 52%

25. В равнобедренном треугольнике с боковой стороной a и углом при вершине $\alpha = \arccos(0,1)$ расстояние между основаниями медианы и высоты, опущенных на боковую сторону из одной и той же вершины основания, равно

- 1 $0,1a$ 2 $0,2a$ 3 $0,25a$ 4 $0,3a$ 5 $0,4a$

26. Средняя линия трапеции с основаниями 4 и 3 делит площадь трапеции в отношении

- 1 15 : 13 2 4 : 3 3 5 : 4 4 6 : 5 5 13 : 11

27. В треугольнике ABC известны длины сторон $AC = 5$, $AB = 4$, а также величина $\angle A = \arccos(-0,6)$. Значение величины BC^2 равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

28. В прошлом году акция компании "Кокос" стоила 100 руб. В январе этого года акция стала дороже на 30%, в феврале она стала дороже еще на 70%. На сколько рублей возросла стоимость акции с прошлого года?

- 1 100 2 111 3 124 4 121 5 210

29. Расходы на заработную плату составляют 45% общих расходов фирмы. Если величина заработной платы (в рублях) уменьшится в 6 раз при неизменных прочих расходах (в рублях), то после этого расход на заработную плату составит от общих расходов фирмы

- 1 12% 2 9% 3 7% 4 7,5% 5 39%

30. Если Билл повысит свою производительность труда на 20%, а Джек — на 90% против плана, то время совместного выполнения работы уменьшится на 20%. Плановая производительность труда Билла относится к плановой производительности Джека как

- 1 16 : 1 2 10 : 1 3 13 : 1 4 9 : 1 5 12 : 1

Вариант 3-3

1. Значение выражения $2 \sin(135^\circ)$ равно

- 1 $-\sqrt{3}$ 2 $-\sqrt{2}$ 3 $-\sqrt{1}$ 4 $\sqrt{1}$ 5 $\sqrt{2}$

2. Если $\operatorname{tg} x = \frac{2}{5}$, то значение выражения $\operatorname{tg} 2x$, представленное в виде несократимой рациональной дроби, содержит в знаменателе число

- 1 15 2 12 3 8 4 21 5 35

3. Если $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, то $\sin 2x$ равен

- 1 $-0,75$ 2 $0,75$ 3 $-0,25$ 4 $0,25$ 5 $0,5$

4. Выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin(2\pi - x)$ равно

- 1 $-2 \cos x$ 2 $2 \cos x$ 3 0 4 $2 \sin x$ 5 $-2 \sin x$

5. Множество значений функции $f(x) = 1 + 4 \sin \frac{x}{2}$ представляет собой промежуток длиной

- 1 2 2 8 3 4 4 16 5 $4\sqrt{2}$

6. Наименьшее положительное число, принадлежащее множеству значений функции $y = \frac{1}{2 \sin x + \cos x + 2}$, равно

- 1 $\sqrt{5} + 2$ 2 $\frac{1}{5}$ 3 $\frac{1}{4}$ 4 $\sqrt{5} - 2$ 5 $\sqrt{3} + 2$

7. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $2 \sin^2 x + \cos x = p$ имеет хотя бы один корень.

- 1 $2,125$ 2 3 3 $2,5$ 4 2 5 $2,25$

8. Значение выражения $84 \cdot \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{48})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Вычислите значение выражения

$130 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{12}{13} - \arcsin \frac{3}{5}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Корень уравнения $\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} \frac{4}{3} = \operatorname{arctg} x$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Решите уравнение $\sin x = \frac{1}{2}$.

1 $\frac{\pi}{6} + 2\pi t, \frac{5\pi}{6} + 2\pi t$ 2 $\frac{\pi}{6} + 2\pi t, -\frac{\pi}{6} + 2\pi t$

3 $\frac{\pi}{3} + 2\pi t, \frac{2\pi}{3} + 2\pi t$ 4 $\frac{\pi}{3} + 2\pi t, -\frac{\pi}{3} + 2\pi t$ 5 $\frac{\pi}{3} + \pi t$

12. Наименьший положительный корень уравнения $\sin x + \sin 2x = 0$ принадлежит промежутку

1 (0; 1] 2 (1; 2] 3 (2; 2,5] 4 (2,5; 3] 5 (3; 7)

13. Все корни уравнения $2\cos^2 x + 3\sqrt{3}\sin x = 5$ образуют множество

1 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi t$ 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi t$

3 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi t; (-1)^{m+1} \frac{\pi}{6} + \pi t$ 4 $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi t$

5 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi t, t \in \mathbf{Z}$

14. Если число \mathcal{X} равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(3x) - \sin(11x) + \sin(19x) = 0$, то значение выражения $\pi \cdot \mathcal{X}^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

15. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = \frac{1}{4096}$.

Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

16. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$, равна

- 1 $\frac{\pi}{3}$ 2 $\frac{2\pi}{3}$ 3 $\frac{5\pi}{3}$ 4 $\frac{4\pi}{3}$ 5 $\frac{\pi}{6}$

17. Все решения неравенства $\arccos x < \frac{2\pi}{3}$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $\frac{\pi}{3}$ 3 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $\frac{3}{2}$

18. Решите уравнение $2 \arccos x + 3 \arcsin x = \frac{2\pi}{3}$.

- 1 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x \in \{\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\}$ 3 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $x = \frac{1}{2}$ 5 $x = -\frac{1}{2}$

19. Основания трапеции равны $AD = 9$ и $BC = 4$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN , длина которого равна 6. Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

- 1 2,4 2 2,25 3 2,5 4 2,75 5 2,69

20. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Основания AD и BC равны соответственно 15 и 7,5, диагональ BD равна 12. Найдите длину отрезка BO .

- 1 5 2 3,5 3 2,25 4 4 5 3

21. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 9$ и $BC = 6$ площадь треугольника ABD равна 63. Площадь треугольника ABC равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

22. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции радиус этого круга составляет 90% расстояния от центра этого

круга до ближней вершины, то косинус острого угла трапеции равен

1 0,62 2 0,72 3 0,81 4 0,975 5 0,64

23. В равнобедренную трапецию с основаниями 24 и 54 вписан круг. Его радиус равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

24. Площадь трапеции равна 147, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 6, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

25. В этом году число студентов на одном из факультетов будет больше на 12 человек, что эквивалентно увеличению на 30%. Сколько студентов учились на этом факультете в прошлом году?

1 120 2 30 3 250 4 40 5 500

26. Телевизор, стоивший 10 тыс. руб., стал дороже на 17%. Через месяц он стал дороже еще на 16%. Теперь его цена, выраженная в рублях, является целым числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

27. Если Билл увеличит производительность своего труда на 30%, а Джек уменьшит на 30% по сравнению с планом, то они вместе выполнят всю работу за 3 дня. Если Билл уменьшит производительность на 40%, а Джек увеличит на 40% по сравнению с планом, то они выполнят работу за 4 дня. Отношение плановой производительности Билла к плановой производительности Джека равно

1 7 : 3 2 9 : 5 3 6 : 7 4 3 : 2 5 5 : 3

28. За 30 дней совместной работы Билл и Джек строят 61 дом. Если Билл повысит свою производительность на 20%, то за 15 дней совместной работы они построят 33 дома. Сколько домов построит один Билл за 60 дней работы с плановой производительностью?

- 1 48 2 46 3 54 4 60 5 50

29. Стоимость пакета акций фирмы "Кокос" составляет 90% общей стоимости акций, которыми владеет Билл. Если стоимость каждой акции этой фирмы уменьшится в 6 раз при сохранении стоимости остальных акций, то стоимость упомянутого пакета будет составлять от общей стоимости акций Билла

- 1 15% 2 84% 3 24% 4 60% 5 64%

30. Пройдя $\frac{3}{13}$ пути из пункта А в пункт В, Билл и Джек разошлись: Билл направился в сторону А, а Джек — в сторону В, скорости Билла и Джека равны 14 км/ч. Дойдя до А, Билл немедленно сел в автобус, направляющийся из А в В, и прибыл в В одновременно с Джеком. Величина скорости автобуса равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 3-4

1. Значение выражения $2 \sin(240^\circ)$ равно

- 1 $-\sqrt{3}$ 2 $-\sqrt{2}$ 3 $-\sqrt{1}$ 4 $\sqrt{1}$ 5 $\sqrt{2}$

2. Если $\operatorname{tg} x = \frac{1}{4}$, то значение выражения $\operatorname{tg} 2x$, представленное в виде несократимой рациональной дроби, содержит в знаменателе число

- 1 12 2 8 3 15 4 21 5 35

3. Если $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, то $\sin 2x$ равен

- 1 0,5 2 -0,5 3 -0,75 4 0,75 5 -0,25

4. Выражение $\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(x - \pi)$ равно

- 1 $-2 \cos x$ 2 $2 \cos x$ 3 0 4 $2 \sin x$ 5 $-2 \sin x$

5. Множество значений функции $f(x) = 1 - 3 \sin 2x$ представляет собой промежуток длиной

- 1 4 2 3 3 6 4 7 5 $1 + 3\sqrt{2}$

6. Наименьшее положительное число, принадлежащее множеству значений функции $y = \frac{1}{\sin x + 2 \cos x - 2}$, равно

- 1 2 2 $\sqrt{5} + 2$ 3 $\sqrt{5} - 1$ 4 1 5 $\sqrt{5} + 1$

7. Укажите наименьшее значение параметра p , при котором уравнение $2 \cos^2 x + 3 \cos x = p$ имеет хотя бы один корень.

- 1 -3 2 -1,5 3 -1,25 4 -1,125 5 -1,0625

8. Значение выражения $104 \cdot \cos(\operatorname{arctg} \sqrt{63})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

9. Вычислите значение выражения

$260 \cdot \sin\left(\arcsin \frac{3}{5} - \arcsin \frac{5}{13}\right)$ и укажите остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

10. Корень уравнения $\operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \operatorname{arctg} \frac{7}{2} = \operatorname{arctg} x$ равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

11. Решите уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1 $\frac{\pi}{6} + 2\pi t, -\frac{\pi}{6} + 2\pi t$ 2 $\frac{\pi}{3} + 2\pi t, \frac{2\pi}{3} + 2\pi t$

3 $\frac{\pi}{3} + 2\pi t, -\frac{\pi}{3} + 2\pi t$ 4 $\frac{\pi}{3} + \pi t$ 5 $\frac{\pi}{6} + 2\pi t, \frac{5\pi}{6} + 2\pi t$

12. Наименьший положительный корень уравнения $2 \sin 2x = \sin 4x$ принадлежит промежутку

1 (0; 0,5] 2 (0,5; 1] 3 (1; 1,5] 4 (1,5; 2] 5 (2; 7)

13. Все корни уравнения $3\sqrt{3} \sin x = 4 - \cos 2x$ образуют множество

1 $(-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi t$ 2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi t$

3 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi t; (-1)^{m+1} \frac{\pi}{6} + \pi t$ 4 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi t$

5 $(-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi t, t \in \mathbf{Z}$

14. Если число \mathcal{X} равно наименьшему положительному корню уравнения $\sin(2x) - \sin(11x) + \sin(20x) = 0$, то значение выражения $\pi \cdot \mathcal{X}^{-1}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

15. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) \cdot \cos(32x) \cdot \cos(64x) \cdot \cos(128x) \cdot \cos(256x) \cdot \cos(512x) \cdot \cos(1024x) = \frac{1}{2048}$.

Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

16. Наибольшая длина отрезка числовой оси, все точки которого являются решениями неравенства $\cos x \geq -\frac{1}{2}$, равна

- 1 $\frac{2\pi}{3}$ 2 $\frac{\pi}{3}$ 3 $\frac{4\pi}{3}$ 4 $\frac{5\pi}{3}$ 5 $\frac{11\pi}{6}$

17. Все решения неравенства $\arccos x \geq \frac{5\pi}{6}$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{\pi}{6}$ 4 $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 решений нет

18. Решите уравнение $2 \arccos x + 3 \arcsin x = \frac{4\pi}{3}$.

- 1 $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $x = -\frac{1}{2}$ 3 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 $x \in \{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\}$ 5 $x = \frac{1}{2}$

19. Основания трапеции равны $AD = 9$ и $BC = 3$. Боковые стороны трапеции отсекают от прямой, параллельной основанию, отрезок MN , длина которого равна 7. Найдите отношение площади трапеции $AMND$ к площади трапеции $MBCN$.

- 1 0,8 2 0,9 3 1,1 4 1,15 5 1,(1)

20. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Основания AD и BC равны соответственно 36 и 6, диагональ BD равна 21. Найдите длину отрезка BO .

- 1 5 2 4 3 3,37 4 2,25 5 3

21. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 7$ и $BC = 4$ площадь треугольника ABD равна 28. Площадь треугольника ABC равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

22. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции радиус этого круга составляет 85% расстояния от центра этого

круга до ближней вершины, то косинус острого угла трапеции равен

1 0,125 2 0,375 3 0,805 4 0,445 5 0,925

23. В равнобедренную трапецию с основаниями 3 и 48 вписан круг. Его радиус равен натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

24. Площадь трапеции равна 48, длины оснований относятся как 1 : 2. Прямая, параллельная основанию, делит боковые стороны в отношении 1 : 3, считая от меньшего основания. Площадь меньшего четырехугольника равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

25. В этом году число студентов на одном из факультетов будет больше на 30 человек, что эквивалентно увеличению на 15%. Сколько студентов учились на этом факультете в прошлом году?

1 200 2 50 3 125 4 30 5 500

26. Телевизор, стоивший 10 тыс. руб., стал дороже на 19%. Через месяц он стал дороже еще на 17%. Теперь его цена, выраженная в рублях, является целым числом, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

27. Если Билл увеличит производительность своего труда на 20%, а Джек уменьшит на 20% по сравнению с планом, то они вместе выполнят всю работу за 5 дней. Если Билл уменьшит производительность на 40%, а Джек увеличит на 40% по сравнению с планом, то они выполнят работу за 6 дней. Отношение плановой производительности Билла к плановой производительности Джека равно

1 11 : 7 2 7 : 5 3 6 : 7 4 11 : 6 5 12 : 7

28. За 30 дней совместной работы Билл и Джек строят 11 домов. Если Билл повысит свою производительность на 25%, то за 24 дня совместной работы они построят 10 домов. Сколько домов построит один Билл за 60 дней работы с плановой производительностью?

- 1 11 2 12 3 12,5 4 14 5 13

29. Стоимость пакета акций фирмы "Кокос" составляет 25% общей стоимости акций, которыми владеет Билл. Если стоимость каждой акции этой фирмы уменьшится в 8 раз при сохранении стоимости остальных акций, то стоимость упомянутого пакета будет составлять от общей стоимости акций Билла

- 1 5% 2 3,125% 3 12% 4 6% 5 4%

30. Пройдя $\frac{5}{18}$ пути из пункта А в пункт В, Билл и Джек разошлись: Билл направился в сторону А, а Джек — в сторону В, скорости Билла и Джека равны 8 км/ч. Дойдя до А, Билл немедленно сел в автобус, направляющийся из А в В, и прибыл в В одновременно с Джеком. Величина скорости автобуса равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

Вариант 3-5

1. Числовое значение выражения $2 \sin(585^\circ)$ равно

- 1 $-\sqrt{3}$ 2 $-\sqrt{2}$ 3 $-\sqrt{1}$ 4 $\sqrt{1}$ 5 $\sqrt{2}$

2. Выражение $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ тождественно равно

- 1 $-3 \sin x$ 2 $\cos x$ 3 $-\cos x$ 4 $\sin x$ 5 $-\sin x$

3. Если $(\sqrt{-\sin x + 5})(\sqrt{-\sin x - 5}) + 24,5 = 0$ и $A = \cos^2 x$,

то

1 $A \in (-999; 0,6)$ 2 $A \in [0,6; 0,65)$ 3 $A \in [0,65; 0,8)$

4 $A \in [0,8; 0,85)$ 5 $A \in [0,85; 999)$

4. Если $\operatorname{tg} x = \frac{1}{5}$, то значение выражения $12 \operatorname{tg} 2x$ равно

1 15 2 12 3 8 4 21 5 5

5. Вычислите $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = 0,6$ и $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

1 $-\frac{1}{2}$ 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{1}{2}$ 4 $-\frac{1}{3}$ 5 $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

6. Числовое значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right)$ при условии $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 7$ равно

1 74 2 $\sqrt{47 \cdot 49}$ 3 $\frac{344}{7}$ 4 49 5 51

7. Если $A = \sin(17^\circ)$, $B = \cos(74^\circ)$, то

1 $A = B$ 2 $A > B$ 3 $A < B$

8. Решите неравенство $x \cdot \operatorname{tg} 5 > 3$.

1 $x \in \left(\frac{\operatorname{tg} 5}{3}; +\infty \right)$ 2 $x \in \left(-\infty; \frac{\operatorname{tg} 5}{3} \right)$ 3 $x \in \left(\frac{3}{\operatorname{tg} 5}; +\infty \right)$

4 $x \in \left(-\operatorname{tg} 5; 3 \right)$ 5 $x \in \left(-\infty; \frac{3}{\operatorname{tg} 5} \right)$

9. Множество значений функции $f(x) = 2006 + 4 \sin \frac{x}{2}$ представляет собой промежуток длиной

1 2006 2 8 3 4 4 4012 5 $4\sqrt{2}$

10. Наибольшее значение функции $y = \sqrt{7} \cdot \sin x - 3 \cdot \cos x$ равно

1 $3 + \sqrt{7}$ 2 $\sqrt{7}$ 3 $3 - \sqrt{7}$ 4 4 5 $3\sqrt{7}$

11. Величина $169 \sin\left(2 \arcsin \frac{5}{13}\right)$ равна

- 1 -130 2 130 3 120 4 156 5 -144

12. Значение выражения $72 \cdot \sin(\operatorname{arccotg} \sqrt{143})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

13. Укажите наименьший положительный корень уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

14. Укажите множество всех корней уравнения

$$\sqrt{\sqrt{3} \cdot \sin x} = \sqrt{\cos x}.$$

- 1 $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 2 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ 3 $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 4 $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

- 5 $\frac{\pi}{6} + \pi n$

15. Найдите все корни уравнения $\cos x + 1 = \sqrt{3 + 3 \cos x}$, принадлежащие промежутку $x \in (0; 2\pi)$.

- 1 $\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 π 4 $\frac{3\pi}{2}$ 5 $\frac{5\pi}{6}; \pi$

16. Укажите корень уравнения $\cos(x) = \cos(2)$.

- 1 $\cos(2)$ 2 2 3 $\arccos(2)$ 4 $\pi - 2$ 5 нет корней

17. Сумма S всех различных корней уравнения

$\sin(2x) = 2 \cos x$, расположенных на промежутке $x \in (0; 2\pi)$, удовлетворяет условию

- 1 $0 < S \leq \frac{\pi}{2}$ 2 $\frac{\pi}{2} < S \leq \pi$ 3 $\pi < S \leq \frac{3\pi}{2}$ 4 $\frac{3\pi}{2} < S \leq 2\pi$

- 5 $2\pi < S \leq 999$

18. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos(2004x) + \cos(1671x) = 0$, то значение выражения $\frac{2\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

19. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $2^4 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) = 1$. Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

- 1 2 3 4 5 0

20. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin(15x) + \sin(19x) = \sin(27x) + \sin(31x)$, то значение выражения $\frac{\pi}{x}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

21. Все решения неравенства $\frac{1}{\sqrt{-\sin x}} < \frac{1}{\sqrt{-\cos x}}$, принадлежащие промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют множество

- 1 $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ 2 $(0; \frac{\pi}{4})$ 3 $(\pi; \frac{5\pi}{4})$ 4 $(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2})$

- 5 $(0; \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4})$

22. Все значения x , для которых выполняется неравенство $2 \sin^2 x - 3 \cos x < 0$, образуют множество

- 1 $(-\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{\pi}{6} + 2\pi m)$ 2 $(\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{11\pi}{6} + 2\pi m)$

- 3 $(-\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{\pi}{3} + 2\pi m)$ 4 $(\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{5\pi}{3} + 2\pi m)$

- 5 $(\frac{2\pi}{3} + 2\pi m; \frac{4\pi}{3} + 2\pi m)$, $m \in \mathbb{Z}$

23. Произведение всех различных корней уравнения $\frac{\sin(2 \arcsin x)}{x} = 1$ равно

- [1] $\frac{3}{4}$ [2] $-\frac{3}{4}$ [3] $\frac{15}{16}$ [4] $-\frac{15}{16}$ [5] 1

24. Произведение всех корней уравнения $\sin^2\left(4 \sin\left(\arcsin \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{3}{4}$ равно

- [1] $-\frac{\pi^2}{9}$ [2] $\frac{4\pi^3}{27}$ [3] $\frac{4\pi^4}{81}$ [4] $-\frac{2\pi^3}{27}$ [5] $\frac{2\pi^2}{9}$

25. Решите неравенство $\arccos x \geq \frac{2\pi}{3}$.

- [1] $x \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right]$ [2] $x \in \left[-1; -\frac{1}{2}\right]$ [3] $x \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$
[4] $x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ [5] $x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

26. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leq \arcsin(5x - 2)$ образуют промежуток, длина которого равна

- [1] $\frac{1}{12}$ [2] $\frac{1}{5}$ [3] $\frac{2}{5}$ [4] $\frac{1}{10}$ [5] $\frac{1}{14}$

27. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции расстояние от центра этого круга до дальней вершины в 4 раза больше радиуса круга, то косинус острого угла трапеции равен

- [1] 0,96 [2] 0,875 [3] 0,92 [4] 0,25 [5] 0,75

28. Если площадь прямоугольного треугольника равна 10, а длина одного из катетов равна 6, то больший острый угол прямоугольного треугольника равен

- [1] $\arctg(1,6)$ [2] $\arctg(1,64)$ [3] $\arctg(1,8)$ [4] $\arctg(1,44)$
[5] $\arctg(1,72)$

29. Если условие $A: x \geq -2$; условие $B: x \geq 0$; условие $C: x \geq 4$; условие $D: x \geq 6$, то

1 C необходимо для B 2 B необходимо для D

3 B необходимо для A 4 D необходимо для C

5 D необходимо для A

30. Если условие $A: x \leq 1$; условие $B: x \leq 3$; условие $C: x \leq 7$; условие $D: x \leq 10$, то

1 C достаточно для A 2 B достаточно для A

3 D достаточно для B 4 A достаточно для B

5 D достаточно для A

Вариант 3-6

1. Числовое значение выражения $2 \sin(600^\circ)$ равно

1 $-\sqrt{3}$ 2 $-\sqrt{2}$ 3 $-\sqrt{1}$ 4 $\sqrt{1}$ 5 $\sqrt{2}$

2. Выражение $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

тождественно равно

1 $-\sin x$ 2 $\sin x$ 3 $\cos x$ 4 $-\cos x$ 5 $-3 \sin x$

3. Если $(\sqrt{-\sin x} + 2)(\sqrt{-\sin x} - 2) + 3,2 = 0$ и $A = \cos^2 x$,

то

1 $A \in (-999; 0, 3)$ 2 $A \in [0, 3; 0, 55)$ 3 $A \in [0, 55; 0, 6)$

4 $A \in [0, 6; 0, 75)$ 5 $A \in [0, 75; 999)$

4. Если $\operatorname{tg} x = \frac{3}{5}$, то значение выражения $8 \operatorname{tg} 2x$ равно

1 12 2 21 3 35 4 8 5 15

5. Вычислите $\cos \frac{x}{2}$, если $\cos x = -0,6$ и $\pi < x < 2\pi$.

1 $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ 2 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 3 $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ 4 $\frac{1}{\sqrt{10}}$ 5 $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

6. Числовое значение выражения $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{5\pi}{2} + x \right)$ при условии $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 5$ равно

- 1 23 2 $\sqrt{23 \cdot 27}$ 3 27 4 $\frac{126}{5}$ 5 25

7. Если $A = \sin(3^\circ)$, $B = \cos(86^\circ)$, то

- 1 $A = B$ 2 $A > B$ 3 $A < B$

8. Решите неравенство $x \cdot \operatorname{tg} 4 > 2$.

- 1 $x \in \left(-\infty; \frac{\operatorname{tg} 4}{2} \right)$ 2 $x \in \left(\frac{\operatorname{tg} 4}{2}; +\infty \right)$ 3 $x \in \left(-\infty; \frac{2}{\operatorname{tg} 4} \right)$
 4 $x \in \left(\frac{2}{\operatorname{tg} 4}; +\infty \right)$ 5 $x \in \left(-\operatorname{tg} 4; 2 \right)$

9. Множество значений функции $f(x) = 2006 - 2006 \sin 2x$ представляет собой промежуток длиной

- 1 3 2 6 3 4012 4 2006 5 $1 + 3\sqrt{2}$

10. Наибольшее значение функции $y = 2 \cdot \sin x - \sqrt{21} \cdot \cos x$ равно

- 1 $\sqrt{21} + 2$ 2 $\sqrt{21}$ 3 $\sqrt{21} - 2$ 4 $2\sqrt{21}$ 5 5

11. Величина $169 \cos \left(2 \arcsin \frac{5}{13} \right)$ равна

- 1 -120 2 119 3 120 4 130 5 -130

12. Значение выражения $144 \cdot \sin(\operatorname{arctg} \sqrt{255})$ равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

13. Укажите наименьший положительный корень уравнения $\cos \left(\frac{\pi x}{12} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

14. Укажите множество всех корней уравнения

$$\sqrt{\sqrt{3} \cdot \sin x} = \sqrt{-\cos x}.$$

1 $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 2 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ 3 $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 4 $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

5 $\frac{5\pi}{6} + \pi n$

15. Найдите все корни уравнения $\sin x - 1 = \sqrt{2 - 2\sin x}$, принадлежащие промежутку $x \in (0; 2\pi)$.

1 π 2 $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$ 3 $\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$ 4 $\frac{\pi}{2}$ 5 $\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}$

16. Укажите корень уравнения $\sin(x) = \sin(1)$.

1 $\sin(1)$ 2 $\arcsin(1)$ 3 1 4 -1 5 нет корней

17. Сумма S всех различных корней уравнения

$\sin(2x) + 2\cos x = 0$, расположенных на промежутке $x \in (0; 2\pi)$, удовлетворяет условию

1 $0 < S \leq \pi$ 2 $\pi < S \leq 1,5\pi$ 3 $1,5\pi < S \leq 2\pi$

4 $2\pi < S \leq 2,5\pi$ 5 $2,5\pi < S \leq 999$

18. Если число p равно наименьшему положительному корню уравнения $\cos(2004x) + \cos(1247x) = 0$, то значение выражения $\frac{2\pi}{p}$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

19. Пусть x_1 — наименьший положительный корень уравнения $2^5 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \cos(8x) \cdot \cos(16x) = 0,5$. Найдите значение выражения $\frac{\pi}{x_1}$ и укажите в ответе остаток от деления ближайшего натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

20. Если x — наименьший положительный корень уравнения $\sin(11x) + \sin(17x) = \sin(25x) + \sin(31x)$, то значение выражения π/x равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

21. Все решения неравенства $\frac{1}{\sqrt{-\sin x}} > \frac{1}{\sqrt{-\cos x}}$, принадлежащие промежутку $0 \leq x \leq 2\pi$, образуют множество

- $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ $(0; \frac{\pi}{4})$ $(\pi; \frac{5\pi}{4})$ $(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2})$ $(\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4})$

22. Все значения x , для которых выполняется неравенство $2\sin^2 x + 3\cos x > 0$, образуют множество

- $(-\frac{\pi}{6} + 2\pi m; \frac{\pi}{6} + 2\pi m)$ $(\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{5\pi}{3} + 2\pi m)$
 $(-\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{\pi}{3} + 2\pi m)$ $(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m; \frac{2\pi}{3} + 2\pi m)$
 $(\frac{2\pi}{3} + 2\pi m; \frac{4\pi}{3} + 2\pi m)$, $m \in \mathbf{Z}$

23. Произведение всех различных корней уравнения $\cos(2\arccos x) = x$ равно

- 1 $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ 1 0

24. Произведение всех корней уравнения $\sin^2(2\sin(\arcsin \frac{x}{2})) = \frac{3}{4}$ равно

- $-\frac{\pi^2}{9}$ $\frac{4\pi^4}{81}$ $\frac{4\pi^2}{9}$ $-\frac{2\pi^3}{27}$ $\frac{2\pi^2}{9}$

25. Решите неравенство $\arccos x \leq \pi/6$.

- $x \in [\frac{1}{2}; 1]$ $x \in [-\frac{\sqrt{3}}{2}; 1]$ $x \in [-1; \frac{1}{2}]$ $x \in [\frac{\sqrt{3}}{2}; 1]$

- $x \in [-1; \frac{\sqrt{3}}{2}]$

26. Все решения неравенства $\arcsin(x) \leq \arcsin(4x - 1)$ образуют промежуток, длина которого равна

- 1 $\frac{1}{8}$ 2 $\frac{1}{4}$ 3 $\frac{1}{6}$ 4 $\frac{1}{10}$ 5 $\frac{1}{12}$

27. Если в описанной около круга равнобедренной трапеции радиус этого круга составляет 60% расстояния от центра круга до дальней вершины, то синус острого угла трапеции равен

- 1 0,96 2 $\sqrt{3}$ 3 $\frac{2}{3}$ 4 0,92 5 0,98

28. Если площадь прямоугольного треугольника равна 12, а длина одного из катетов равна 6, то больший острый угол прямоугольного треугольника равен

- 1 $\arctg(1, 8)$ 2 $\arctg(1, 64)$ 3 $\arctg(1, 6)$ 4 $\arctg(1, 5)$
 5 $\arctg(1, 72)$

29. Если условие $A: x \geq 5$; условие $B: x \geq 14$; условие $C: x \geq 17$; условие $D: x \geq 19$, то

- 1 C необходимо для A 2 C необходимо для B
 3 D необходимо для A 4 D необходимо для B
 5 B необходимо для C

30. Если условие $A: x \leq 0$; условие $B: x \leq 4$; условие $C: x \leq 8$; условие $D: x \leq 15$, то

- 1 C достаточно для A 2 D достаточно для C
 3 C достаточно для D 4 B достаточно для A
 5 D достаточно для A

Вариант 4-1

1. Если a_n — арифметическая прогрессия, $a_1 + a_4 + a_{10} = 12$, то значение выражения $a_3 + a_7$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Если третий член геометрической прогрессии равен 64, а восьмой член равен -2 , то пятый член этой прогрессии равен
 1 16 2 -16 3 32 4 -8 5 8

3. Если сумма пятого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 15, то сумма всех членов начиная с третьего до тринадцатого включительно равна

1 75 2 165 3 90 4 82,5 5 150

4. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 200 у.е., процентная ставка составляет 10% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько у.е. возрастет величина вклада за второй год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась?

1 22 2 20 3 40 4 21 5 44

5. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 7, сумма квадратов всех членов этой прогрессии также равна 7, то первая цифра после запятой в представлении знаменателя прогрессии в виде десятичной дроби равна

1 1 2 3 3 2 4 7 5 5

6. После третьего года хранения величина вклада была равна 12 у.е., после четвертого года равна 16 у.е. Какова была величина вклада после второго года хранения, если доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу, а годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 6$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Укажите наибольшее значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 4$ равна нулю.

1 2 3 4 5

9. Касательная к параболе $y = \frac{x^2}{2}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 18$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

10. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции $y = x^2 - 8x + 15$, проведенными в точках с абсциссами $x = 3$ и $x = 5$, равна

1 2 3 4 5 5

11. Укажите все значения x , при которых производная функции $\cos^4 x + \sin^4 x$ равна нулю ($n \in \mathbf{Z}$).

1 $\frac{\pi n}{2}$ 2 $\frac{\pi n}{4}$ 3 $\frac{\pi n}{8}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ 5 $\frac{\pi}{4} + \pi n$

12. Производная функции $\cos x + \sin x$ равна

1 $\cos x + \sin x$ 2 $-\cos x - \sin x$ 3 $\cos x - \sin x$
 4 $-\cos x + \sin x$ 5 0

13. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 3 - |x - 3|$, равна

1 4,5 2 9 3 9π 4 18 5 4,5 π

14. Кратчайшее расстояние от точки $x = 3$; $y = 4$ до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 64$, равно

1 5 2 13 3 7 4 2 5 3

15. Сумма квадратов всех различных значений параметра m , при которых длина вектора $(3; m)$ равна 5, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

16. Сумма квадратов всех различных значений параметра m , при которых вектор $(1; m)$ параллелен вектору $(m; 9)$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

17. Одно из значений параметра m , при которых вектор $(m - 12; 1)$ перпендикулярен вектору $(1; m - 14)$, равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

18. Если система $\begin{cases} (x - 1234)^2 + (y - 4321)^2 = 25, \\ 3x + 4y = p \end{cases}$ имеет единственное решение $x = m$, $y = n$, то вектор, начинающийся в точке $(1234; 4321)$ и оканчивающийся в точке $(m; n)$, равен

1 $\pm(3; 4)$ 2 $\pm(3; -4)$ 3 $\pm(4; 3)$ 4 $\pm(4; -3)$ 5 $(1234; 4321)$

19. Все значения параметра a , при которых парабола $y = x^2 - 2ax + a$ целиком расположена выше прямой $y = -6$, образуют множество

1 $-3 < a < 2$ 2 $-1 < a < 2$ 3 $-3 < a < -2$ 4 $-2 < a < 3$
 5 $2 < a < 3$

20. При каком значении параметра a прямая $y = ax + 6$ касается графика функции $y = -\frac{10}{x}$?

1 $a = 0,9$ 2 $a = 0,8$ 3 $a = 0,7$ 4 $a = 0,6$ 5 $a = 0,5$

21. Все значения параметра a , при которых все числа $x \in [-3; 3]$ являются решениями неравенства $x + a \leq 2$, образуют множество

1 $a \in (-\infty; -1]$ 2 $a \in (-\infty; 5]$ 3 $a \in [5; +\infty)$

4 $a \in [-1; +\infty)$ 5 $a \in [-1; 5]$

22. Укажите все значения параметра b , при которых система $\begin{cases} 12x + 4y = b, \\ 6x + by = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение.

1 $b = 2$ 2 $b \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ 3 $b \in (-\infty; +\infty)$

4 $b = \pm 2$ 5 таких значений нет

23. Укажите множество всех значений параметра b , при которых система уравнений $\begin{cases} y = x^2 + b, \\ y = |x| \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

1 $(-\infty; \frac{1}{2})$ 2 $(0; 1)$ 3 $(\frac{1}{2}; +\infty)$ 4 $(0; \frac{1}{4})$ 5 $(0; \frac{1}{2})$

24. Сколько различных корней имеет уравнение

$|\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 1| = kx$ при $k \in (-2; -1)$?

1 один 2 два 3 три 4 четыре 5 корней нет

25. Число S , равное наибольшей возможной площади выпуклого многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} |x| \cdot |y| = 20, \\ |x| + |y| = 9, \end{cases}$ лежит в пределах

1 $S \in (0; 81)$ 2 $S \in [81; 90)$ 3 $S \in [90; 100)$ 4 $S \in [100; 112)$

5 $S \in [112; 999)$

26. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leq 15$, равна

1 15π 2 $\sqrt{15}\pi$ 3 $15\pi^2$ 4 225 5 225π

27. Если Билл богаче Джека на 100%, то Джек беднее Билла на

- 1 100% 2 40% 3 50% 4 25% 5 0%

28. Если при смешивании первого раствора с концентрацией 50% и второго раствора с концентрацией 60% получился раствор с концентрацией 58%, то количество первого раствора относится к количеству второго раствора как

- 1 1 : 4 2 1 : 5 3 5 : 1 4 4 : 1 5 3 : 2

29. Если 1 куб. м газа на 80% дороже 1 кг угля и дает тепла на 20% больше, то при переходе с угля на газ расходы на топливо при прочих равных условиях возрастут на

- 1 60% 2 40% 3 50% 4 100% 5 160%

30. Билл и Джек, работая совместно с плановой производительностью, строят один дом за 13 дней. Если Билл повысит свою производительность труда на 50%, а Джек понизит свою производительность труда на 70%, то они вместе построят дом за 10 дней. Работая в одиночку, Билл построит дом быстрее Джека (оба работают с плановой производительностью)

- 1 в 7 раз 2 в 4 раза 3 в 6 раз 4 в 3 раза 5 в 5 раз

Вариант 4-2

1. Если a_n — арифметическая прогрессия, $a_2 + a_7 + a_9 = 21$, то значение выражения $a_4 + a_8$ равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Если третий член геометрической прогрессии равен 2, а восьмой член равен -64 , то шестой член этой прогрессии равен

- 1 -32 2 -16 3 16 4 -8 5 8

3. Если сумма третьего и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 13, то сумма всех членов начиная с четвертого до двенадцатого включительно равна

1 52 2 117 3 65 4 104 5 58, 5

4. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 100 у.е., процентная ставка составляет 30% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько у.е. возрастет величина вклада за второй год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась?

1 30 2 40 3 39 4 37,5 5 60

5. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 8, сумма квадратов всех членов этой прогрессии также равна 8, то первая цифра после запятой в представлении знаменателя прогрессии в виде десятичной дроби равна

1 1 2 3 3 2 4 5 5 7

6. После третьего года хранения величина вклада была равна 12 у.е., после четвертого года равна 18 у.е. Какова была величина вклада после второго года хранения, если доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу, а годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления целой части этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

7. Производная функции $f(x) = x^2$ в точке $x = 7,5$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Укажите наибольшее значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ равна нулю.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

9. Касательная к параболe $y = \frac{x^2}{3}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 24$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

10. Площадь треугольника, образованного отрезком оси абсцисс и отрезками касательных к графику функции $y = x^2 - 8x + 12$, проведенными в точках с абсциссами $x = 2$ и $x = 6$, равна

18 32 3 16 4 12 5 24

11. Укажите все значения x , при которых производная функции $\cos^4 x - \sin^4 x$ равна нулю ($n \in \mathbb{Z}$).

1 $\frac{\pi n}{2}$ 2 $\frac{\pi n}{4}$ 3 $\frac{\pi n}{8}$ 4 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ 5 $\frac{\pi}{4} + \pi n$

12. Производная функции $\cos^2 x + \sin^2 x$ равна

1 $\cos 2x$ 2 $\sin 2x$ 3 $2 \cos 2x$ 4 $2 \sin 2x$ 5 0

13. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 5 - |x - 5|$, равна

1 12,5 2 50 3 25π 4 25 5 12,5 π

14. Укажите кратчайшее расстояние от точки $x = 3; y = 4$ на плоскости до точки на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 169$.

1 13 2 8 3 144 4 6 5 25

15. Сумма квадратов всех различных значений параметра m , при которых длина вектора $(5; m)$ равна 13, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

16. Сумма квадратов всех различных значений параметра m , при которых вектор $(4; -m)$ параллелен вектору $(m; -144)$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

17. Сумма всех различных значений параметра m , при которых вектор $(1; m - 12)$ перпендикулярен вектору $(1; m - 14)$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

18. Если система $\begin{cases} (x - 13)^2 + (y - 12)^2 = 169, \\ 12x - 5y = p \end{cases}$ имеет единственное решение $x = m, y = n$, то вектор, начинающийся в точке $(13; 12)$ и оканчивающийся в точке $(m; n)$, равен

1 $\pm(5; 12)$ 2 $\pm(5; -12)$ 3 $\pm(12; 5)$ 4 $\pm(12; -5)$ 5 $(13; 12)$

19. Все значения параметра a , при которых парабола $y = x^2 - 2ax - 3a$ целиком расположена выше прямой $y = 2$, образуют множество

1 $-1 < a < 1$ 2 $-2 < a < 1$ 3 $-2 < a < -1$ 4 $1 < a < 2$

5 $-1 < a < 2$

20. При каком значении параметра a прямая $y = ax + 18$ касается графика функции $y = -\frac{6}{x}$?

1 $a = 12,25$ 2 $a = 12,75$ 3 $a = 6,75$ 4 $a = 6,25$ 5 $a = 13,5$

21. Все значения параметра a , при которых все числа $x \in [-1; 3]$ являются решениями неравенства $x + a \geq 4$, образуют множество

1 $a \in (-\infty; 1]$ 2 $a \in (-\infty; 5]$ 3 $a \in [5; +\infty)$ 4 $a \in [1; +\infty)$

5 $a \in [1; 5]$

22. Укажите все значения параметра b , при которых система $\begin{cases} 12x + 18y = b - 4, \\ bx - 3y = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение.

1 $b = 2$ 2 $b \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ 3 $b = \pm 2$

4 таких значений нет 5 $b \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

23. Укажите множество всех значений параметра b , при которых система уравнений $\begin{cases} y = x^2 + b, \\ y = 2|x| \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

1 $(0; 1)$ 2 $(0; 2)$ 3 $(-\infty; \sqrt{2})$ 4 $(0; \sqrt{2})$ 5 $(-\infty; 1)$

24. Сколько различных корней имеет уравнение

$$\left| \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1 \right| = kx \text{ при } k \in \left(\frac{1}{3}; 1 \right)?$$

1 один 2 два 3 три 4 четыре 5 корней нет

25. Число S , равное наибольшей возможной площади выпуклого многоугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} xy = 6, \\ |x| + |y| = 5, \end{cases}$ лежит в пределах

1 $S \in (0; 7)$ 2 $S \in [7; 8)$ 3 $S \in [8; 9)$ 4 $S \in [9; 10)$

5 $S \in [10; 999)$

26. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \leq 7$, равна

1 $7\pi^2$ 2 49 3 7π 4 49π 5 3,5 π

27. Если Билл беднее Джека на 50%, то Джек богаче Билла на

1 50% 2 22,5% 3 66, (6)% 4 75% 5 100%

28. Если при смешивании первого раствора с концентрацией 40% и второго раствора с концентрацией 48% получился раствор

с концентрацией 42%, то количество первого раствора относится к количеству второго раствора как

- 1 3 : 2 2 2 : 3 3 1 : 4 4 3 : 1 5 1 : 3

29. Если 1 куб. м газа на 80% дороже 1 кг угля и дает тепла на 50% больше, то при переходе с угля на газ расходы на топливо при прочих равных условиях возрастут на

- 1 20% 2 30% 3 50% 4 120% 5 130%

30. Билл и Джек, работая совместно с плановой производительностью, строят один дом за 14 дней. Если Билл повысит свою производительность труда на 50%, а Джек понизит свою производительность труда на 50%, то они вместе построят дом за 10 дней. Работая в одиночку, Билл построит дом быстрее Джека (оба работают с плановой производительностью)

- 1 в 8 раз 2 в 4 раза 3 в 9 раз 4 в 3 раза 5 в 7 раз

Вариант 4-3

1. Если a_n — арифметическая прогрессия, в которой $a_1 = 3$ и $a_7 = 21$, то a_5 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

2. Сумма шестого и девятого членов арифметической прогрессии равна 8. Найдите сумму первых четырнадцати членов этой прогрессии.

- 1 96 2 112 3 48 4 56 5 22

3. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, каждый член которой в 3 раза больше суммы всех ее последующих членов.

- 1 $\frac{1}{4}$ 2 $\frac{1}{5}$ 3 $\frac{1}{3}$ 4 $\frac{2}{5}$ 5 $\frac{2}{3}$

4. Числа $1, b, c$ являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Если большее из них увеличить на $6,666666\dots\%$, то они станут последовательными членами геометрической прогрессии. Укажите верное утверждение.

1 $b \in (1; 1,2)$ 2 $b \in [1,2; 1,4)$ 3 $b \in [1,4; 1,6)$

4 $b \in [1,6; 1,8)$ 5 $b \in [1,8; 999)$

5. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 1000 у.е., процентная ставка составляет 30% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько у.е. возрастет величина вклада за третий год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Сумма вклада за третий год увеличилась на 64 руб., а за шестой год — на 216 руб. Какова была величина вклада в начале четвертого года, если доход начисляется в конце каждого года хранения вклада и процентная ставка не менялась?

1 144 2 196 3 168 4 192 5 216

7. Вычислите сумму всех целых чисел n , при которых дробь $\frac{n+3}{n-6}$ является целым числом, и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Укажите наименьшее значение координаты x , при котором производная функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ равна нулю.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

9. Площадь S треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе $y = x^2 - 2x + 8$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 0$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления числа S на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Касательная к параболе $y = \frac{3x^2}{4}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 32$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

11. Первая прямая касается графика функции $y = \frac{4}{x-7}$ в точке с абсциссой $x_1 = 3$. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой x_2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

12. Производная функции $f(x) = 6 \sin(8x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

13. Площадь треугольника, образованного отрезком прямой $2x + 3y = 6$ и отрезками координатных осей, равна

3 1 3 6 4 4 5 1,5

14. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x| + |y| \leq 4$, $y \leq 1$, равна

31 17 3 15 4 23 5 28

15. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 874 - |x - 752|$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

16. Площадь фигуры $|x - 2| + |x + 2| \leq y \leq 8$ равна

- 1 32 2 28 3 20 4 24 5 30

17. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $5 \leq x^2 + y^2 \leq 8$ и $y + \frac{|x|}{\sqrt{3}} \leq 0$, равна

- 1 2π 2 $2,5\pi$ 3 $0,5\pi$ 4 $1,5\pi$ 5 π

18. Найдите площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно неравенствам $x^2 + y^2 \leq 4$ и $x + y \leq 2$.

- 1 $3\pi + 2$ 2 $2\pi + 3$ 3 $3\pi + 4$ 4 $\pi - 2$ 5 $\pi + 2$

19. Площадь фигуры на плоскости $(x; y)$, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ x^2 + y^2 \leq 2x, \end{cases}$ равна

- 1 $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 2 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 4 $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 5 $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

20. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = \sqrt{4 - x^2}$, до точки $(3; -4)$ равно

- 1 3 2 2 3 $\sqrt{17} - 2$ 4 $\sqrt{17}$ 5 $\sqrt{5} - 2$

21. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\vec{AB} = (1; 3)$, вектор $\vec{BC} = (4; -1)$. Длина диагонали BD равна

- 1 $\sqrt{5}$ 2 5 3 $\sqrt{13}$ 4 3 5 $\sqrt{8}$

22. Угол между векторами $(3; 7)$ и $(5; 2)$ равен

- 1 45° 2 60° 3 135° 4 90° 5 30°

23. Если точка M , лежащая на стороне AB треугольника ABC , делит сторону AB в отношении $5 : 12$ считая от точки A , то вектор \overrightarrow{CM} можно представить в виде $\overrightarrow{CM} = p \cdot \overrightarrow{CA} + q \cdot \overrightarrow{CB}$, где

1 $p = \frac{5}{12}, q = \frac{12}{5}$ 2 $p = \frac{12}{5}, q = \frac{5}{12}$ 3 $p = \frac{12}{17}, q = \frac{5}{17}$

4 $p = \frac{5}{17}, q = \frac{12}{17}$ 5 $p = \frac{5}{13}, q = \frac{12}{13}$

24. Сумма всех различных значений параметра k , при которых уравнение $x \cdot |x - 56| = kx$ имеет ровно два различных корня, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

25. Произведение всех возможных значений параметра k , при которых уравнение $||x - 6| - 2| - 1 = kx$ имеет ровно три различных корня, равно

1 $\frac{1}{16}$ 2 $-\frac{1}{16}$ 3 $\frac{1}{24}$ 4 $-\frac{1}{48}$ 5 $-\frac{1}{54}$

26. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 14x + 56 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

27. Сумма всех различных значений параметра p , при которых уравнение $(p - 3)x^2 + (p - 4)x + p - 5 = 0$ имеет единственный корень, является натуральным числом. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

28. Если гипербола $y = \frac{b}{4x}$, $b \neq 0$, и прямая $y = 10 - 4x$ имеют единственную общую точку, то b — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

29. Пусть N — количество различных целочисленных значений параметра p , при которых система уравнений
$$\begin{cases} y = |x|, \\ x^2 + y^2 \leq 18, \\ 4y + p = 4x^2 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5 равен

1 2 3 4 0

30. Величина площади четырехугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ удовлетворяют системе уравнений
$$\begin{cases} xy = 6, \\ |x| + |y| = 5, \end{cases}$$
 равна

12 8 9 20 10

Вариант 4-4

1. Если a_n — арифметическая прогрессия, в которой $a_1 = 4$ и $a_{12} = 37$, то a_5 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

2. Сумма четвертого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 6. Найдите сумму первых шестнадцати членов этой прогрессии.

96 72 48 24 22

3. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами, каждый член которой в 2,5 раза больше суммы всех ее последующих членов.

$\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$

4. Числа 1, b , c являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии. Если большее из них

увеличить на 12,5%, то они станут последовательными членами геометрической прогрессии. Укажите верное утверждение.

1 $c \in (1; 1,2)$ 2 $c \in [1,2; 1,4)$ 3 $c \in [1,4; 1,6)$

4 $c \in [1,6; 1,8)$ 5 $c \in [1,8; 999)$

5. В начале первого года в банк был внесен вклад величиной в 1000 у.е., процентная ставка составляет 20% в год, доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу. На сколько у.е. возрастет величина вклада за третий год хранения, если годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления этого натурального числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

6. Сумма вклада за третий год увеличилась на 108 руб., а за шестой год — на 256 руб. Какова была величина вклада в начале четвертого года, если доход начисляется в конце каждого года хранения вклада и процентная ставка не менялась?

1 386 2 432 3 396 4 476 5 364

7. Вычислите сумму всех целых чисел n , при которых дробь $\frac{n}{n-4}$ является целым числом, и укажите в ответе остаток от деления полученного числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

8. Укажите наибольшее значение координаты x , при котором производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ равна нулю.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

9. Площадь S треугольника, ограниченного отрезками осей абсцисс и ординат и отрезком касательной к параболе

$y = x^2 - 2x + 14$, проведенной через точку этой параболы с абсциссой $x = 0$, равна натуральному числу. Укажите остаток от деления числа S на 5.

1 2 3 4 5 0

10. Касательная к параболе $y = \frac{5x^2}{6}$, проведенная через точку этой параболы с абсциссой $x = 36$, пересекает ось абсцисс в точке, абсцисса которой равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

11. Первая прямая касается графика функции $y = \frac{2}{x-4}$ в точке с абсциссой $x_1 = 1$. Другая прямая, параллельная первой, касается графика указанной функции в точке, абсцисса которой x_2 — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

12. Производная функции $f(x) = 9 \sin(6x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

13. Площадь треугольника, образованного отрезком прямой $2x + 3y = 18$ и отрезками координатных осей, равна

16 24 27 4 18 5 12

14. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x| + |y| \leq 3$, $x \leq 1$, равна

16 2 14 3 12 4 8 5 5

15. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $0 \leq y \leq 643 - |x - 952|$, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

16. Площадь фигуры $|x - 2| + |x + 2| \leq y \leq 6$ равна

- 1) 16 2) 18 3) 10 4) 12 5) 14

17. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно условиям $4 \leq x^2 + y^2 \leq 7$ и $y \leq |x| \cdot \sqrt{3}$, равна

- 1) $0,5\pi$ 2) π 3) $1,5\pi$ 4) $2,5\pi$ 5) 2π

18. Найдите площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют одновременно неравенствам $x^2 + y^2 \leq 4$ и $x + y \geq 2$.

- 1) $3\pi + 2$ 2) $3\pi + 4$ 3) $\pi - 2$ 4) $\pi + 4$ 5) $2\pi - 3$

19. Площадь фигуры на плоскости $(x; y)$, определяемой системой неравенств $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ x^2 + y^2 \leq 4x, \end{cases}$ равна

- 1) $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ 2) $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$ 3) $\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$ 4) $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$ 5) $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$

20. Наименьшее возможное расстояние от точки, принадлежащей графику функции $y = \sqrt{16 - x^2}$, до точки $(2; -2)$ равно

- 1) $4 - 2\sqrt{2}$ 2) $4 - \sqrt{2}$ 3) $\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{2} + 2$ 5) $2\sqrt{2}$

21. В параллелограмме $ABCD$ вектор $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$, вектор $\overrightarrow{BC} = (3; 1)$. Длина диагонали BD равна

- 1) $\sqrt{10}$ 2) 5 3) $\sqrt{13}$ 4) 3 5) $\sqrt{8}$

22. Угол между векторами $(5; -2)$ и $(-3; 7)$ равен

- 1) 120° 2) 45° 3) 60° 4) 135° 5) 150°

23. Если точка M , лежащая на стороне CD треугольника ADC , делит сторону CD в отношении $1 : 11$ считая от точки C , то вектор \overrightarrow{AM} можно представить в виде $\overrightarrow{AM} = p \cdot \overrightarrow{AC} + q \cdot \overrightarrow{AD}$, где

- 1) $p = \frac{1}{12}, q = \frac{11}{12}$ 2) $p = \frac{1}{\sqrt{122}}, q = \frac{11}{\sqrt{122}}$

- 3) $p = \frac{11}{\sqrt{122}}, q = \frac{1}{\sqrt{122}}$ 4) $p = \frac{1}{6}, q = \frac{5}{6}$ 5) $p = \frac{11}{12}, q = \frac{1}{12}$

24. Сумма всех различных значений параметра k , при которых уравнение $x \cdot |x - 49| = kx$ имеет ровно два различных корня, равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

25. Произведение всех возможных значений параметра k , при которых уравнение $||x - 5| - 1| - 3 = kx$ имеет ровно три различных корня, равно

0,2 $\frac{2}{15}$ $\frac{5}{18}$ 0,3 -0,25

26. Наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $x^2 - 16x + 72 = b$ имеет по крайней мере один корень, — натуральное число. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

27. Сумма всех различных значений параметра p , при которых уравнение $(p - 3)x^2 + (p - 7)x + p - 5 = 0$ имеет единственный корень, является натуральным числом. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

28. Если гипербола $y = \frac{b}{4x}$, $b \neq 0$, и прямая $y = 18 - 27x$ имеют единственную общую точку, то b — натуральное число, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

29. Пусть N — количество различных целочисленных значений

параметра p , при которых система уравнений
$$\begin{cases} y = |x|, \\ x^2 + y^2 \leq 5, \\ 4y + p = 16x^2 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения. Остаток от деления N на 5

равен

1 2 3 4 5 0

30. Величина площади четырехугольника на плоскости, координаты всех вершин которого $(x; y)$ удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} xy = 6, \\ |x + y| = 5, \end{cases}$ равна

- 1 12 2 20 3 10 4 8 5 9

Вариант 4-5

1. Если сумма седьмого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 12, то сумма пятого, шестого, двенадцатого и тринадцатого членов равна

- 1 12 2 24 3 36 4 48 5 18

2. Если второй член геометрической прогрессии равен 2, а шестой член равен 32, то пятый член равен

- 1 8 2 ± 8 3 -16 4 ± 4 5 ± 16

3. Сумма вклада в банке после первого года хранения равнялась 12 у.е., а после третьего года хранения — 27 у.е. На сколько у.е. увеличился вклад за третий год хранения, если процентная ставка не менялась, доход начисляется в конце каждого года и прибавляется к сумме вклада?

- 1 7,5 2 8 3 9 4 12 5 13,5

4. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots равна 12, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 3, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

- 1 $q \in (0; 0,3]$ 2 $q \in (0,3; 0,4]$ 3 $q \in (0,4; 0,5]$

- 4 $q \in (0,5; 0,7]$ 5 $q \in (0,7; 1)$

5. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее

из них увеличить в 2 раза, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Число q , равное знаменателю исходной геометрической прогрессии, принадлежит промежутку

1 $q \in (1; 4)$ 2 $q \in [4; 5)$ 3 $q \in [5; 6)$ 4 $q \in [6; 7)$

5 $q \in [7; 999)$

6. В начале первой недели в пруд запустили 9 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 3 части, после чего карась съедает 6 инфузорий. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. После четвертого года хранения величина вклада была равна 12 у.е., после шестого года равна 18 у.е. Какова была величина вклада после второго года хранения, если доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу, а годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления целой части этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

8. Производная функции $y = x^3$ в точке $x = 12$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

9. Уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 6x + 5$, проведенной через точку пересечения этого графика с осью ординат, имеет вид

1 $y = 5x + 4$ 2 $y = -6x + 5$ 3 $y = -5x + 6$ 4 $y = 6x - 5$

5 $y = 6x + 5$

10. Функция $y = 72x^2 - 12x^3$ достигает своего максимального значения на промежутке $(0; +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна

- 1 6 2 2 3 3 4 4 5 8

11. Касательная к графику функции $y = x^5$, касающаяся графика в точке с абсциссой $x = 5$, пересекает ось абсцисс в точке $x = a$, причем

- 1 $a \in (-999; 1, 5)$ 2 $a \in [1, 5; 2, 5)$ 3 $a \in [2, 5; 3, 5)$

- 4 $a \in [3, 5; 4, 5)$ 5 $a \in [4, 5; 999)$

12. Функция $x^2 + \frac{54}{x}$ на промежутке $(0; +\infty)$ принимает наименьшее значение при

- 1 $x = 3$ 2 $x = 6$ 3 $x = 2\sqrt{3}$ 4 $x = 2$ 5 $x = 4$

13. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^9 + 12$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

- 1 12, 25 2 15, 25 3 12, 75 4 9, 25 5 13, 5

14. Производная функции $f(x) = \sqrt{21} \sin(\sqrt{84} \cdot x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

15. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $1 \leq x^2 + y^2 \leq 16$, равна

- 1 30π 2 255 3 15π 4 3π 5 $7,5\pi$

16. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x| + |y| \leq 4$, $|x| \leq 1$, равна

- 1 24 2 14 3 16 4 18 5 28

17. Площадь фигуры $x + |x| \leq y \leq x + 3$ равна

- [1] 9 [2] 12 [3] 12,5 [4] 16 [5] 15

18. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2, \\ |x + y| \leq 2, \end{cases}$ равна

- [1] $2\pi - 4$ [2] $3\pi + 3$ [3] $3\pi - 4$ [4] $\pi - 2$ [5] $2\pi + 4$

19. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E , $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{BE} = \vec{c}$. Укажите верное утверждение.

- [1] $\vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ [2] $\vec{c} = -\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ [3] $\vec{c} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$
[4] $\vec{c} = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ [5] $\vec{c} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

20. В треугольнике ABC вектор $\vec{AB} = (2; 4)$, вектор $\vec{AC} = (3; 1)$. Длина стороны BC равна

- [1] $\sqrt{10}$ [2] 5 [3] $\sqrt{13}$ [4] 3 [5] $\sqrt{8}$

21. Если точка M , лежащая на стороне AB треугольника ABC , делит сторону AB в отношении $5 : 3$, считая от точки A , то вектор \vec{CM} можно представить в виде $\vec{CM} = p \cdot \vec{CA} + q \cdot \vec{CB}$, где

- [1] $p = \frac{5}{8}$, $q = \frac{3}{8}$ [2] $p = \frac{5}{3}$, $q = \frac{3}{5}$ [3] $p = \frac{3}{5}$, $q = \frac{5}{3}$
[4] $p = \frac{3}{8}$, $q = \frac{5}{8}$ [5] $p = \frac{5}{\sqrt{34}}$, $q = \frac{3}{\sqrt{34}}$

22. Система $\begin{cases} 6x + py = 2p + 3, \\ 4x - 3y = p + 0,5 \end{cases}$ имеет больше одного решения при

- [1] одном значении параметра $p \in (-\infty; 2]$
[2] одном значении параметра $p \in (2; 6]$
[3] одном значении параметра $p \in (6; +\infty)$

4 двух различных значениях параметра p

5 таких значений параметра p не существует

23. При каком значении параметра a прямая $y = ax + 4$ касается графика функции $y = -\frac{5}{x}$?

1 $a = 0,4$ 2 $a = 0,8$ 3 $a = 0,7$ 4 $a = 0,5$ 5 $a = 0,2$

24. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} ax + 16y = b, \\ 4x + ay = 2 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений хотя бы для одного значения параметра b ?

1 при одном значении параметра $a \in [3; 9]$

2 при одном значении параметра $a \in (-3; 3)$

3 при двух различных значениях параметра a

4 при одном значении параметра $a \in [-9; -3]$

5 таких значений параметра a не существует

25. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором прямая $y = 2p - 8 - x$ и гипербола $y = \frac{p^2 + 6p + 8}{x}$ имеют единственную общую точку.

1 $\frac{3}{7}$ 2 $\frac{4}{7}$ 3 $\frac{6}{7}$ 4 $\frac{3}{11}$ 5 $\frac{4}{11}$

26. Наименьшее положительное значение параметра p , при

котором система $\begin{cases} 6x - \sqrt{3}y = \cos \frac{\pi p}{12}, \\ \sqrt{3}x + y \cdot \sin \frac{\pi p}{12} = -0,25 \end{cases}$ имеет бесконечное

множество решений, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

27. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5, \\ x^2 + y^2 = 1? \end{cases}$

- 1 одно 2 два 3 три 4 четыре или больше четырех
 5 решений нет

28. Сумма всех различных значений параметра b , при которых система $\begin{cases} 2x^2 - 19x + 38 \leq y \leq x^2 - 9x + 29, \\ y = x + b \end{cases}$ имеет не меньше одного и не больше трех решений, равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

29. Если Билл выкопает 13 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 11 м траншеи, то на все это потребуется 31 мин. Если Билл выкопает 7 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 9 м траншеи, то на все это потребуется 24 мин. Если Билл выкопает 8 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 8 м траншеи, то на все это потребуется промежуток времени, продолжительность которого (в минутах) равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 2 3 4 5 0

30. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Пегушки и потребляет 30 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 90 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L$ руб.?

- 1 10 км 2 20 км 3 30 км 4 40 км 5 50 км

Вариант 4-6

1. Если сумма пятого и девятого членов арифметической прогрессии равна 7, то сумма второго, четвертого, десятого и двенадцатого членов равна

1 14 2 21 3 28 4 56 5 10

2. Если третий член геометрической прогрессии равен 2, а седьмой член равен 32, то четвертый член равен

1 4 2 ± 4 3 -4 4 ± 8 5 ± 16

3. Сумма вклада в банке после первого года хранения равнялась 48 у.е., а после третьего года хранения — 108 у.е. На сколько у.е. увеличился вклад за второй год хранения, если процентная ставка не менялась, доход начисляется в конце каждого года и прибавляется к сумме вклада?

1 30 2 28 3 27 4 20 5 24

4. Если сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots равна 28, а сумма всех членов этой прогрессии с четными номерами равна 12, то значение знаменателя q удовлетворяет условию

1 $q \in (0; 0,3]$ 2 $q \in (0,3; 0,4]$ 3 $q \in (0,4; 0,5]$

4 $q \in (0,5; 0,7]$ 5 $q \in (0,7; 1)$

5. Три положительных числа являются последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии. Если среднее из них увеличить в 4 раза, то они станут последовательными членами арифметической прогрессии. Число q , равное знаменателю исходной геометрической прогрессии, принадлежит промежутку

1 $q \in (1; 3)$ 2 $q \in [3; 6)$ 3 $q \in [6; 8)$ 4 $q \in [8; 10)$

5 $q \in [10; 999)$

6. В начале первой недели в пруд запустили 8 инфузорий. В конце каждой недели каждая инфузория делится на 3 части, после чего карась съедает 6 инфузорий. В начале 31-й недели число инфузорий в пруду будет равно натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

7. После четвертого года хранения величина вклада была равна 24 у.е., после шестого года равна 36 у.е. Какова была величина вклада после второго года хранения, если доход по вкладу начисляется в конце каждого года и прибавляется к вкладу, а годовая процентная ставка за этот период не менялась? Укажите остаток от деления целой части этого числа на 5.

1 2 3 4 5 0

8. Производная функции $y = x^4$ в точке $x = 6$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 5 0

9. Уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 8x + 4$, проведенной через точку пересечения этого графика с осью ординат, имеет вид

1 $y = 4x + 8$ 2 $y = 8x + 4$ 3 $y = -8x + 4$ 4 $y = 6x - 4$

5 $y = -4x + 8$

10. Функция $y = 144x^2 - 12x^3$ достигает своего максимального значения на промежутке $(0; +\infty)$ в точке, абсцисса которой равна

1 6 2 2 3 3 4 4 5 8

11. Касательная к графику функции $y = x^3$, касающаяся графика в точке с абсциссой $x = 9$, пересекает ось абсцисс в точке $x = a$, причем

1 $a \in (-999; 5, 5)$ 2 $a \in [5, 5; 6, 5)$ 3 $a \in [6, 5; 7, 5)$

4 $a \in [7, 5; 8, 5)$ 5 $a \in [8, 5; 999)$

12. Функция $x^3 + \frac{12}{x}$ на промежутке $(0; +\infty)$ принимает наименьшее значение при x

- 1 $x = \sqrt{8}$ 2 $x = 3$ 3 $x = \sqrt{6}$ 4 $x = 2$ 5 $x = \sqrt{2}$

13. Если значение параметра k таково, что уравнение $x = kx^{15} + 7$ имеет ровно два различных корня, то больший из корней равен

- 1 6,75 2 2,25 3 7,5 4 5,25 5 6,25

14. Производная функции $f(x) = \sqrt{22} \sin(\sqrt{88} \cdot x)$ в точке $x = 0$ равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

15. Площадь фигуры, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условию $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, равна

- 1 π 2 10π 3 $2,5\pi$ 4 5π 5 65

16. Площадь фигуры, определяемой системой неравенств $|x| + |y| \leq 4$, $|x| \leq 2$, равна

- 1 24 2 20 3 30 4 28 5 32

17. Площадь фигуры $x - 2 \leq y \leq x - |x|$ равна

- 1 3 2 1,5 3 2 4 4 5 2,5

18. Площадь фигуры на плоскости, состоящей из всех точек, координаты которых удовлетворяют условиям $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2, \\ x + y \leq 2, \end{cases}$ равна

- 1 $3\pi + 2$ 2 $2\pi + 4$ 3 $3\pi + 1$ 4 $3\pi - 2$ 5 $\pi - 2$

19. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E , $\overrightarrow{CD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{c}$. Укажите верное утверждение.

1 $\vec{c} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ 2 $\vec{c} = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{2}$ 3 $\vec{c} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

4 $\vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ 5 $\vec{c} = -\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

20. В треугольнике ABC вектор $\overrightarrow{AB} = (1; 3)$, вектор $\overrightarrow{AC} = (4; -1)$. Длина стороны BC равна

- 1 $\sqrt{5}$ 2 5 3 $\sqrt{13}$ 4 3 5 $\sqrt{8}$

21. Если точка M , лежащая на стороне AB треугольника ABC , делит сторону AB в отношении $3 : 2$, считая от точки A , то вектор \overrightarrow{CM} можно представить в виде $\overrightarrow{CM} = p \cdot \overrightarrow{CA} + q \cdot \overrightarrow{CB}$, где

1 $p = \frac{3}{5}, q = \frac{2}{5}$ 2 $p = \frac{2}{3}, q = \frac{3}{2}$ 3 $p = \frac{2}{5}, q = \frac{3}{5}$

4 $p = \frac{3}{2}, q = \frac{2}{3}$ 5 $p = \frac{3}{\sqrt{13}}, q = \frac{2}{\sqrt{13}}$

22. Система $\begin{cases} 2x + py = p, \\ x - 4y = p + 4 \end{cases}$ имеет больше одного решения при

1 ровно двух различных значениях параметра p

2 таких значений параметра не существует

3 одном значении $p \in (6; +\infty)$ 4 одном значении $p \in (2; 6]$

5 одном значении $p \in (-\infty; 2]$

23. При каком значении параметра a прямая $y = ax + 18$ касается графика функции $y = -\frac{12}{x}$?

1 $a = 4$ 2 $a = 5,25$ 3 $a = 6,75$ 4 $a = 6,25$ 5 $a = 7,2$

24. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} ax + 2y = 2, \\ 8x + ay = b \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений хотя бы для одного значения параметра b ?

1 при одном значении параметра $a \in [2; 5]$

2 при одном значении параметра $a \in (-2; 2)$

3 при одном значении параметра $a \in [-5; -2]$

4 при двух различных значениях параметра a

5 таких значений параметра a не существует

25. Укажите наибольшее значение параметра p , при котором прямая $y = 2p - 6 - x$ и гипербола $y = \frac{p^2 + 5p + 6}{x}$ имеют единственную общую точку.

1 $\frac{3}{7}$ 2 $\frac{4}{7}$ 3 $\frac{6}{7}$ 4 $\frac{3}{11}$ 5 $\frac{4}{11}$

26. Наименьшее положительное значение параметра p , при котором система $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x \cdot \sqrt{3} - 4y \cdot \sin \frac{\pi p}{12} = \operatorname{tg} \frac{\pi p}{12} \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, равно натуральному числу. Укажите остаток от деления этого числа на 5.

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

27. Сколько решений имеет система $\begin{cases} y = 2x^2 - 2, \\ x^2 + y^2 = 1? \end{cases}$

1 одно 2 два 3 три 4 четыре или больше четырех

5 решений нет

28. Сумма всех различных значений параметра b , при которых система $\begin{cases} 2x^2 - 15x + 30 \leq y \leq x^2 - 7x + 18, \\ y = x + b \end{cases}$ имеет не меньше одного и не больше трех решений, равна натуральному числу. Остаток от деления этого числа на 5 равен

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0

29. Если Билл выкопает 11 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 9 м траншеи, то на все это потребуется 27 мин. Если Билл выкопает 15 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 17 м траншеи, то на все это потребуется 43 мин. Если Билл выкопает 13 м траншеи, а после этого Джек выкопает еще 13 м

траншеи, то на все это потребуется промежуток времени, продолжительность которого (в минутах) равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1 2 3 4 0

30. Город А расположен на отметке "10 км" шоссе Москва — Петушки и потребляет 30 тыс. л пива в день. Город Б расположен на отметке "50 км" того же шоссе и потребляет 10 тыс. л пива в день. На какой отметке этого шоссе следует расположить пивоваренный завод, чтобы минимизировать транспортные издержки, если затраты на перевозку V л пива на расстояние L км составляют $V \cdot L$ руб.?

1 10 км 2 20 км 3 30 км 4 40 км 5 50 км

ОТВЕТЫ

Тематические тесты

Тема 29, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 30, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Тема 31, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 32, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.

Тема 33, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 34, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9.

Тема 35, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 36, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 37, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 38, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 39, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

- Тема 40, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.
- Тема 41, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.
- Тема 42, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5.
- Тема 43, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
- Тема 44, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
- Тема 45, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.
- Тема 46, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
- Тема 47, в. 1. 1. 2. 3. 4.
- Тема 48, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9.
- Тема 49, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.
- Тема 50, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
- Тема 51, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5.
- Тема 52, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
- Тема 53, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7.
- Тема 54, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.
- Тема 55, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.
- Тема 56, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5.

Тема 57, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5.

Тема 58, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10.

Тема 59, в. 1. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
7. 8. 9. 10. 11.

Контрольные работы

Вариант 3-1

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Вариант 3-2

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Вариант 3-3

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Вариант 3-4

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Вариант 3-5

1.	2	2.	5	3.	3	4.	5	5.	1	6.	5	7.	2	8.	5
9.	2	10.	4	11.	3	12.	1	13.	2	14.	1	15.	3	16.	2
17.	4	18.	5	19.	2	20.	1	21.	4	22.	3	23.	2	24.	3
25.	2	26.	4	27.	2	28.	3	29.	2	30.	4				

Вариант 3-6

1.	1	2.	2	3.	2	4.	5	5.	3	6.	3	7.	3	8.	4
9.	3	10.	5	11.	2	12.	4	13.	3	14.	2	15.	4	16.	3
17.	3	18.	2	19.	2	20.	2	21.	3	22.	4	23.	3	24.	1
25.	4	26.	3	27.	1	28.	4	29.	5	30.	3				

Вариант 4-1

1.	3	2.	1	3.	4	4.	1	5.	4	6.	4	7.	2	8.	5
9.	4	10.	2	11.	2	12.	3	13.	2	14.	5	15.	2	16.	1
17.	3	18.	1	19.	4	20.	1	21.	1	22.	2	23.	4	24.	1
25.	3	26.	1	27.	3	28.	1	29.	3	30.	5				

Вариант 4-2

1.	4	2.	2	3.	5	4.	3	5.	5	6.	3	7.	5	8.	3
9.	2	10.	3	11.	1	12.	5	13.	4	14.	2	15.	3	16.	2
17.	1	18.	4	19.	3	20.	5	21.	3	22.	5	23.	1	24.	2
25.	5	26.	3	27.	5	28.	4	29.	1	30.	3				

Вариант 4-3

1.	5	2.	4	3.	1	4.	2	5.	2	6.	4	7.	1	8.	2
9.	1	10.	1	11.	1	12.	3	13.	1	14.	4	15.	1	16.	4
17.	5	18.	1	19.	2	20.	4	21.	2	22.	1	23.	3	24.	1
25.	4	26.	2	27.	1	28.	5	29.	5	30.	5				

Вариант 4-4

1.	1	2.	3	3.	2	4.	5	5.	3	6.	2	7.	4	8.	3
9.	4	10.	3	11.	2	12.	4	13.	3	14.	2	15.	4	16.	3
17.	4	18.	3	19.	1	20.	5	21.	1	22.	4	23.	5	24.	4
25.	1	26.	3	27.	4	28.	2	29.	3	30.	3				

Вариант 4-5

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Вариант 4-6

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.
17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.
25. 26. 27. 28. 29. 30.

Быков, А. А. Тематические тесты по математике. Для учащихся 10-х классов [Текст] : в 2 ч. / А. А. Быков ; Гос. ун-т — Высшая школа экономики. — М. : Изд. дом Гос. ун-та — Высшей школы экономики, 2009. — 1000 экз. — ISBN 978-5-7598-0682-0 (в обл.).

Ч. 2. — 157, [3] с. — ISBN 978-5-7598-0684-4.

Книга входит в комплект учебных пособий, используемых на протяжении 10 лет на факультете довузовской подготовки Государственного университета — Высшей школы экономики. Объем пособия рассчитан на 32 учебных недели по 4 аудиторных часа в неделю под руководством преподавателя. Содержит полный набор контрольных работ по всем темам курса математики, изучаемым до 10-го класса включительно. Каждая тематическая контрольная работа включает два варианта по 8—10 задач. Первый вариант предназначен для разбора в аудитории, второй — для контроля или самостоятельного решения. Приведены также 6 вариантов работ по 30 задач, предназначенных для диагностического тестирования. Вторая часть включает тригонометрию, последовательности, элементы математического анализа, графические методы.

Для школьников 10-х классов, готовящихся к ЕГЭ по математике и к участию в олимпиадах, ориентированных на математические и экономические высшие учебные заведения.

Учебное издание

Быков Алексей Александрович

Тематические тесты по математике

Для учащихся 10-х классов

В двух частях

Часть 2

Зав. редакцией Е.А. Бережнова

Художественный редактор А.М. Павлов

Корректор Н.В. Шерстеникова

Компьютерная верстка и графика: А.А. Быков

Подписано в печать 19.11.2009. Формат 60x88 1/16. Бумага офсетная №1. Печать офсетная.

Усл.-печ. л. 9,7. Уч.-изд. л. 5,8. Тираж 1000 экз. Заказ 6554. Изд. № 1040.

Государственный университет — Высшая школа экономики

125319, Москва, Кочновский проезд, 3. Тел./факс: (495) 772-95-71.

Отпечатано в ФГУП "ГЛК ВИНТИ", 140010, г. Люберцы, Октябрьский пр-т, 403 при содействии ООО "МАКС Пресс". 107066, г. Москва, Елоховский пр., д. 3, стр. 2.

Тел. 939-38-90, 939-38-93. Тел./факс 939-38-91.

OCR by Palek