

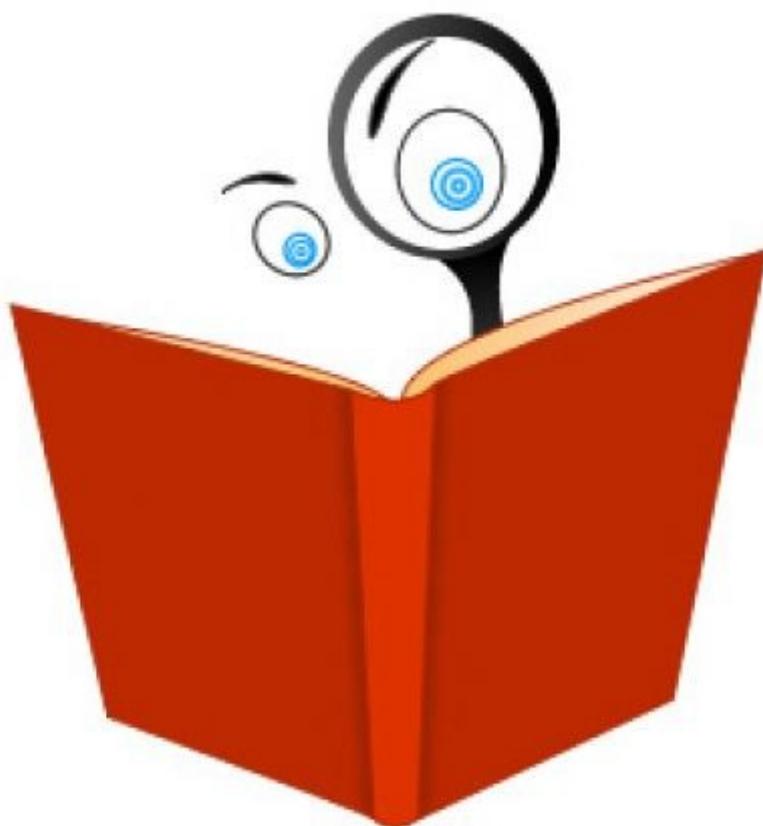
# ГЛОССАРИЙ

учебной практики

1 курса группы МИБ-111 факультета МИФ

«Волгоградского государственного социально-педагогического университета»

**по теме : « Четырехугольники »**



Выполнила:  
Наumenko Елена

# Содержание:

## 1.Четырехугольники:

- вписанные
- описанные

## 2.Параллелограмм

- свойства и признаки

## 3.Прямоугольник

- свойства и признаки

## 4.Квадрат

- свойства и признаки

## 5.Ромб

- свойства и признаки

## 6.Трапеция :

- Средняя линия трапеции
- Равнобедренная трапеция

## 7.Площадь четырехугольников

# Четырёхугольники

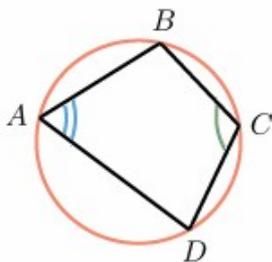
## Вписанные и описанные четырёхугольники

**Вписанный** четырёхугольник — четырёхугольник, все вершины которого лежат на одной окружности.

Очевидно, эта окружность будет называться *описанной* вокруг четырёхугольника.

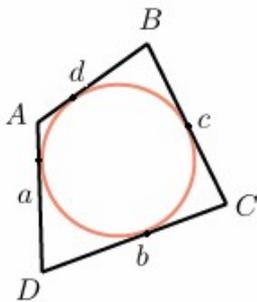
**Описанный** четырёхугольник — такой, что все его стороны касаются одной окружности. В этом случае окружность *вписана* в четырёхугольник.

На рисунке — вписанные и описанные четырёхугольники и их свойства.



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Четырёхугольник можно **вписать** в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны  $180^\circ$ .



$$a + c = b + d$$

Четырёхугольник можно **описать** вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

## Свойства вписанного и описанного четырёхугольника.

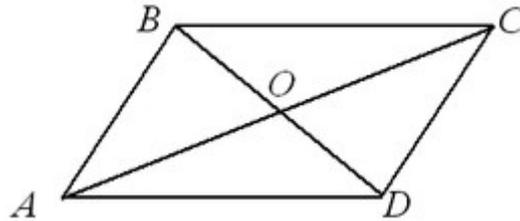
- Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны  $180^\circ$ .
- Четырёхугольник можно описать вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

Источник: <http://ege-study.ru/materialy-ege/vpisannyj-i-opisannyj-chetyrexugolniki-i-ix-svojtva/>

[Вернуться к содержанию.](#)

# Параллелограмм

**Параллелограмм** — четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.



## Теоремы (свойства параллелограмма):

- В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны:  $AB = CD$ ,  $BC = AD$ ,  $\angle ABC = \angle ADC$ ,  $\angle BAD = \angle BCD$ .
- Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам:  $AO = OC$ ,  $OB = OD$ .
- Углы, прилежащие к любой стороне, в сумме равны  $180^\circ$ .
- Диагонали параллелограмма делят его на два равных треугольника.
- Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:  $AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$ .

## Признаки параллелограмма:

- Если противоположные стороны четырехугольника попарно параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике диагонали, пересекаясь, точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Середины сторон произвольного (в том числе невыпуклого или пространственного) четырехугольника  $K, L, M, N$  являются вершинами *параллелограмма Вариньона*.
- Стороны этого параллелограмма параллельны соответствующим диагоналям четырехугольника  $ABCD$ . Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме длин диагоналей исходного четырехугольника, а площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади исходного четырехугольника.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e30433b03>

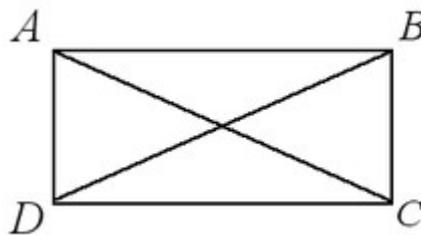
[Вернуться к содержанию.](#)

# Прямоугольник

*Прямоугольником* называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

## Свойства:

- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали прямоугольника равны:  $AC = BD$ .
- Вокруг прямоугольника всегда можно описать окружность.



**Признак прямоугольника:** Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e3a1d076f>

[Вернуться к содержанию.](#)

# Квадрат

**Квадрат**— это прямоугольник, у которого все стороны равны.

**Квадрат**— это ромб, у которого все углы прямые.

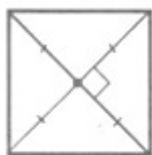
## Свойства и признаки квадрата:

Приведенные ниже утверждения являются как свойствами, так и признаками квадрата, то есть являются необходимыми и достаточными условиями того, что четырехугольник — квадрат. Это означает:

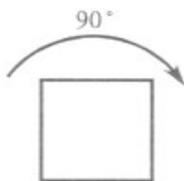
1. Если четырехугольник — квадрат, то для него справедливы все следующие утверждения.
2. Если для четырехугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он — квадрат.



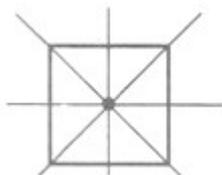
Все стороны равны и среди внутренних углов есть прямой угол.



Диагонали равны, перпендикулярны и, пересекаясь, делятся пополам.



Четырехугольник обладает поворотной симметрией: он не изменяется при повороте на  $90^\circ$ .



Четырехугольник имеет четыре оси симметрии:

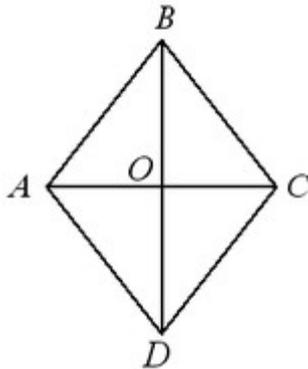
- прямые, перпендикулярные сторонам и проходящие через их середины;
- прямые, содержащие диагонали.

Источник: <http://ege-study.ru/materialy-ege/kvadrat-i-ego-svoystva/>

[Вернуться к содержанию.](#)

# Ромб

**Ромб**— параллелограмм, у которого все стороны равны



## Свойства:

- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- Диагонали ромба являются биссектрисами углов.
- В ромб всегда можно вписать окружность.

## Признаки ромба:

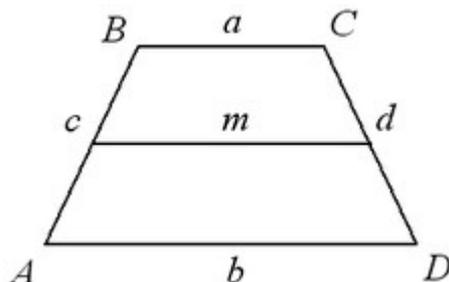
- Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
- Если в параллелограмме диагонали являются биссектрисами углов, то этот параллелограмм — ромб.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e3db2c97b>

[Вернуться к содержанию.](#)

# Трапеция

**Трапеция**— четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две стороны не параллельны. Параллельные стороны называются *основаниями трапеции*, две другие — *боковыми сторонами*.



**Высота трапеции**— расстояние между прямыми, на которых лежат основания трапеции, любой общий перпендикуляр этих прямых.

**Средняя линия трапеции**— отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

## Свойство трапеции:

Если в трапецию вписана окружность, то сумма оснований равна сумме боковых сторон:  $a + b = c + d$ , а средняя линия — полусумме боковых сторон:  $m = \frac{c + d}{2}$ .

**Равнобедренная трапеция**— трапеция, у которой боковые стороны равны  $AB = CD$ . Тогда равны диагонали  $AC = BD$  и углы при основании  $\angle BAD = \angle CDA$ ,  $\angle ABC = \angle BCD$ .

Из всех трапеций только около равнобедренной трапеции можно описать окружность, так как окружность можно описать около четырехугольника, только если сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ .

В равнобедренной трапеции расстояние от вершины одного основания, до проекции противоположной вершины на прямую, содержащую это основание равно средней линии.

**Прямоугольная трапеция**— трапеция, у которой один из углов при основании равен  $90^\circ$ .

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e43c85572>

[Вернуться к содержанию.](#)

# Площадь четырехугольников

## 1. Площадь параллелограмма

Площадь параллелограмма можно рассчитать тремя способами. В первом способе нужно знать длину стороны и высоту проведенную к этой стороне, во втором способе нужно знать две стороны и угол между ними, в третьем нужно знать длины диагоналей и угол пересечения этих диагоналей.

### Первый способ:

В первом способе достаточно знать длину стороны (a) и высоту проведенную к ней (h). Формула:  $S = ah$

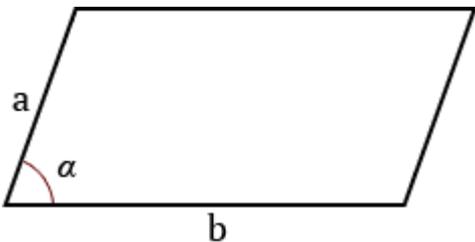


Пример: Например сторона a равна 8 см, высота h равна 4 см, площадь параллелограмма равна  $S = 8 \times 4 = 32 \text{ см}^2$

### Второй способ:

Во втором способе нужно знать стороны a и b и угол  $\alpha$  между ними. Формула

$$S = a \times b \times \sin \alpha$$

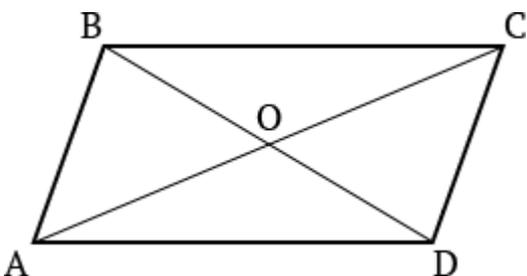


Пример: Например сторона a равна 5 см, сторона b равна 9 см, угол  $\alpha$  равен  $60^\circ$  ( $\sin(60^\circ)$  равен примерно 0.87), площадь параллелограмма равна  $S = 5 \times 9 \times \sin 60^\circ = 39,15 \text{ см}^2$

### Третий способ:

В третьем способе нужно знать длины диагоналей AC и BD и угол  $\angle AOB$ . Формула

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \angle AOB$$

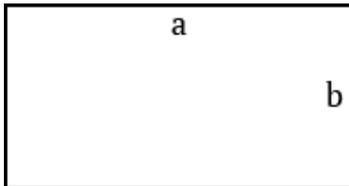


Пример: Например диагональ AC равна 7см, диагональ BD равна 5см, угол  $\angle AOB$  равен  $60^\circ$  ( $\sin(60^\circ)$  равен примерно 0.87), площадь параллелограмма равна  $S = \frac{1}{2} \times 7 \times 5 \times \sin 60^\circ = 15,225 \text{ см}^2$

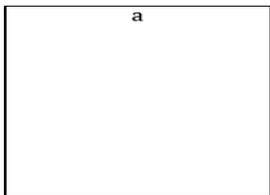
## 2. Площадь прямоугольника и квадрата

Площадь прямоугольника равна произведению ширины (a) на высоты (b) —  $S = ab$ .

Площадь квадрата равна, со стороной a —  $S = a^2$ .



Например ширина (a) равна 200см, высота (b) равна 100см, площадь прямоугольника равна  $S = 200 * 100 = 20000 \text{ см}^2$



Например сторона квадрата (a) равна 200см, тогда площадь квадрата равна  $S = 200^2 = 40000 \text{ см}^2$ .

## 3. Площадь ромба

### 3.1 Формула площади ромба по длине стороны и высоте

Площадь ромба равна произведению длины его стороны и длины опущенной на эту сторону высоты.  $S = a \cdot h$

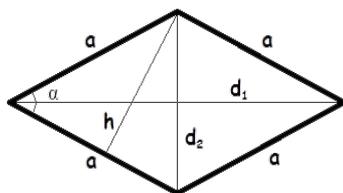
### 3.2 Формула площади ромба по длине стороны и углу

Площадь ромба равна произведению квадрата длины его стороны и синуса угла между сторонами ромба.  $S = a^2 \cdot \sin \alpha$

### 3.3 Формула площади ромба по длинам его диагоналей

Площадь ромба равна половине произведению длин его диагоналей.  $S = 1/2 * d_1 * d_2$

где S - Площадь ромба, a-длина стороны ромба, h- длина высоты ромба,  $\alpha$ - угол между сторонами ромба,  $d_1, d_2$ - длины диагоналей.



## 4. Площадь трапеции

### 4.1 Формула Герона для трапеции

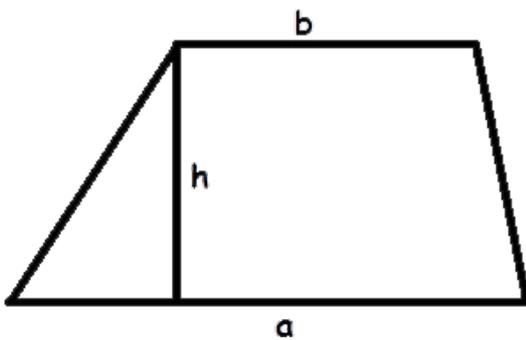
$$S = (a+b)/4 * |(a-b)| * \sqrt{((p-a)(p-b)(p-a-c)(p-a-d))}$$

### 4.2 Формула площади трапеции по длине оснований и высоте

Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту

$$S = 1/2 * (a+b) * h$$

где S - Площадь трапеции, a, b- длины оснований трапеции, c, d-длины боковых сторон трапеции,  $p = (a+b+c+d)/2$  – полупериметр трапеции



Источник: <http://ru.onlinemschool.com/math/formula/area/#h5>

[Вернуться к содержанию.](#)