

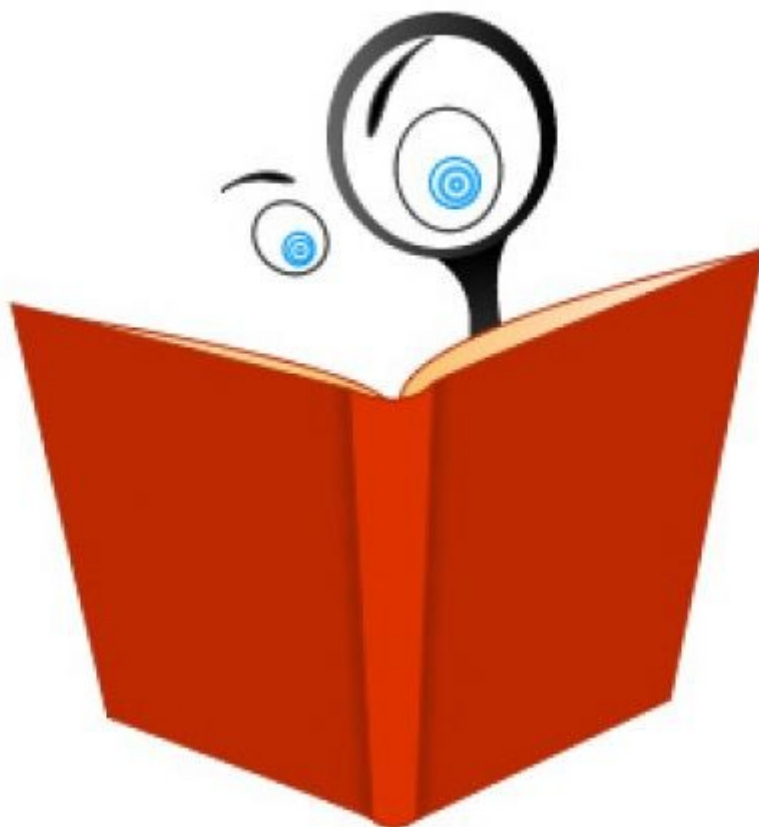
ГЛОССАРИЙ

учебной практики

1 курса группы МИБ-111 факультета МИФ

«Волгоградского государственного социально-педагогического университета»

по теме : « Четырехугольники »



Выполнила:
Наumenko Елена

Содержание:

1.Четырехугольники:

- вписанные
- описанные

2.Параллелограмм

- свойства и признаки

3.Прямоугольник

- свойства и признаки

4.Квадрат

- свойства и признаки

5.Ромб

- свойства и признаки

6.Трапеция :

- Средняя линия трапеции
- Равнобедренная трапеция

7.Площадь четырехугольников

Четырёхугольники

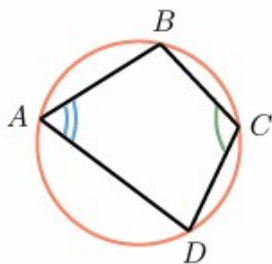
Вписанные и описанные четырёхугольники

Вписанный четырёхугольник — четырёхугольник, все вершины которого лежат на одной окружности.

Очевидно, эта окружность будет называться *описанной* вокруг четырёхугольника.

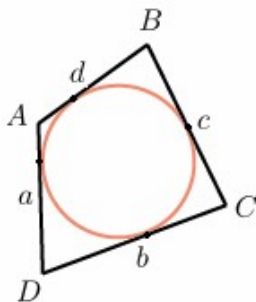
Описанный четырёхугольник — такой, что все его стороны касаются одной окружности. В этом случае окружность *вписана* в четырёхугольник.

На рисунке — вписанные и описанные четырёхугольники и их свойства.



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Четырёхугольник можно **вписать** в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180° .



$$a + c = b + d$$

Четырёхугольник можно **описать** вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

Свойства вписанного и описанного четырёхугольника.

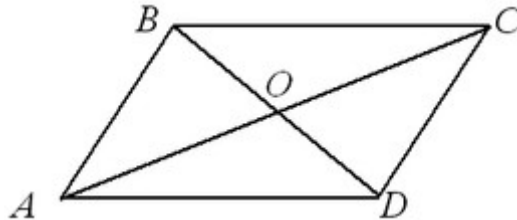
- Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180° .
- Четырёхугольник можно описать вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

Источник: <http://ege-study.ru/materialy-ege/vpisannyj-i-opisannyj-chetyrexugolniki-i-ix-svojtva/>

[Вернуться к содержанию.](#)

Параллелограмм

Параллелограмм — четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.



Теоремы (свойства параллелограмма):

- В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны: $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle ABC = \angle ADC$, $\angle BAD = \angle BCD$.
- Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам: $AO = OC$, $OB = OD$.
- Углы, прилежащие к любой стороне, в сумме равны 180° .
- Диагонали параллелограмма делят его на два равных треугольника.
- Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон: $AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$.

Признаки параллелограмма:

- Если противоположные стороны четырехугольника попарно параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике диагонали, пересекаясь, точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Середины сторон произвольного (в том числе невыпуклого или пространственного) четырехугольника K, L, M, N являются вершинами *параллелограмма Вариньона*.
- Стороны этого параллелограмма параллельны соответствующим диагоналям четырехугольника $ABCD$. Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме длин диагоналей исходного четырехугольника, а площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади исходного четырехугольника.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e30433b03>

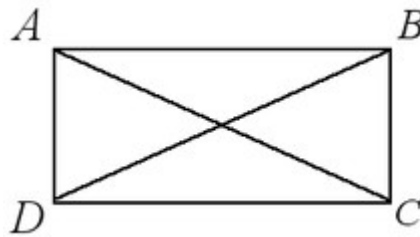
[Вернуться к содержанию.](#)

Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойства:

- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали прямоугольника равны: $AC = BD$.
- Вокруг прямоугольника всегда можно описать окружность.



Признак прямоугольника: Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e3a1d076f>

[Вернуться к содержанию.](#)

Квадрат

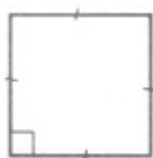
Квадрат— это прямоугольник, у которого все стороны равны.

Квадрат— это ромб, у которого все углы прямые.

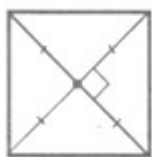
Свойства и признаки квадрата:

Приведенные ниже утверждения являются как свойствами, так и признаками квадрата, то есть являются необходимыми и достаточными условиями того, что четырехугольник — квадрат. Это означает:

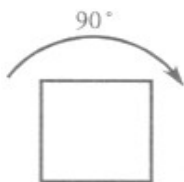
1. Если четырехугольник — квадрат, то для него справедливы все следующие утверждения.
2. Если для четырехугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он — квадрат.



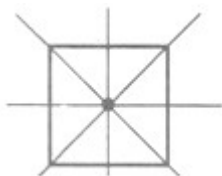
Все стороны равны и среди внутренних углов есть прямой угол.



Диагонали равны, перпендикулярны и, пересекаясь, делятся пополам.



Четырехугольник обладает поворотной симметрией: он не изменяется при повороте на 90° .



Четырехугольник имеет четыре оси симметрии:

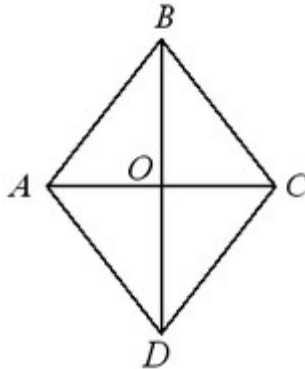
- прямые, перпендикулярные сторонам и проходящие через их середины;
- прямые, содержащие диагонали.

Источник: <http://ege-study.ru/materialy-ege/kvadrat-i-ego-svoystva/>

[Вернуться к содержанию.](#)

Ромб

Ромб— параллелограмм, у которого все стороны равны



Свойства:

- Все свойства параллелограмма.
- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- Диагонали ромба являются биссектрисами углов.
- В ромб всегда можно вписать окружность.

Признаки ромба:

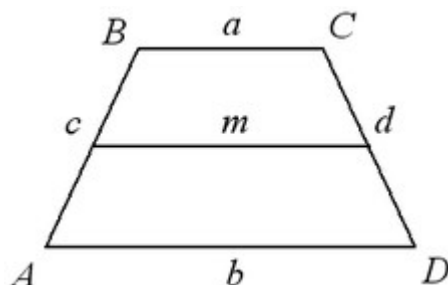
- Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.
- Если в параллелограмме диагонали являются биссектрисами углов, то этот параллелограмм — ромб.

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e3db2c97b>

[Вернуться к содержанию.](#)

Трапеция

Трапеция— четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две стороны не параллельны. Параллельные стороны называются *основаниями трапеции*, две другие — *боковыми сторонами*.



Высота трапеции— расстояние между прямыми, на которых лежат основания трапеции, любой общий перпендикуляр этих прямых.

Средняя линия трапеции— отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

Свойство трапеции:

Если в трапецию вписана окружность, то сумма оснований равна сумме боковых сторон: $a + b = c + d$, а средняя линия — полусумме боковых сторон: $m = \frac{c + d}{2}$.

Равнобедренная трапеция— трапеция, у которой боковые стороны равны $AB = CD$. Тогда равны диагонали $AC = BD$ и углы при основании $\angle BAD = \angle CDA$, $\angle ABC = \angle BCD$.

Из всех трапеций только около равнобедренной трапеции можно описать окружность, так как окружность можно описать около четырехугольника, только если сумма противоположных углов равна 180° .

В равнобедренной трапеции расстояние от вершины одного основания, до проекции противоположной вершины на прямую, содержащую это основание равно средней линии.

Прямоугольная трапеция— трапеция, у которой один из углов при основании равен 90° .

Источник: <http://www.fmclass.ru/math.php?id=4850e43c85572>

[Вернуться к содержанию.](#)

Площадь четырехугольников

1. Площадь параллелограмма

Площадь параллелограмма можно рассчитать тремя способами. В первом способе нужно знать длину стороны и высоту проведенную к этой стороне, во втором способе нужно знать две стороны и угол между ними, в третьем нужно знать длины диагоналей и угол пересечения этих диагоналей.

Первый способ:

В первом способе достаточно знать длину стороны (a) и высоту проведенную к ней (h). Формула: $S = ah$

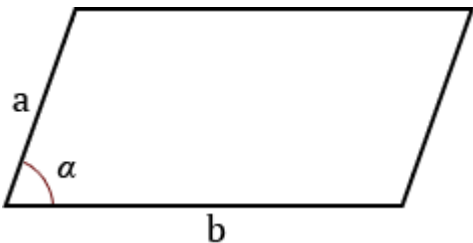


Пример: Например сторона a равна 8см, высота h равна 4см, площадь параллелограмма равна $S = 8 \times 4 = 32 \text{ см}^2$

Второй способ:

Во втором способе нужно знать стороны a и b и угол α между ними. Формула

$$S = a \times b \times \sin \alpha$$

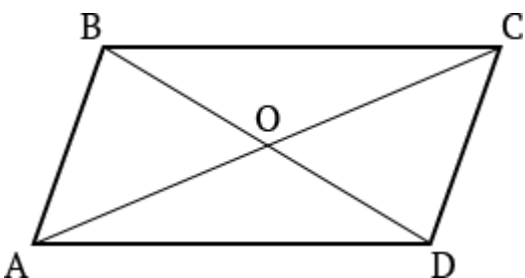


Пример: Например сторона a равна 5см, сторона b равна 9см, угол α равен 60° ($\sin(60^\circ)$ равен примерно 0.87), площадь параллелограмма равна $S = 5 \times 9 \times \sin 60^\circ = 39,15 \text{ см}^2$

Третий способ:

В третьем способе нужно знать длины диагоналей AC и BD и угол $\angle AOB$. Формула

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \angle AOB$$

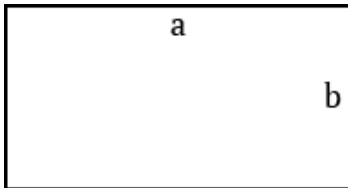


Пример: Например диагональ AC равна 7см, диагональ BD равна 5см, угол $\angle AOB$ равен 60° ($\sin(60^\circ)$ равен примерно 0.87), площадь параллелограмма равна $S = \frac{1}{2} \times 7 \times 5 \times \sin 60^\circ = 15,225 \text{ см}^2$

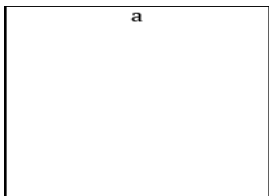
2. Площадь прямоугольника и квадрата

Площадь прямоугольника равна произведению ширины (a) на высоты (b) — $S = ab$.

Площадь квадрата равна, со стороной a — $S = a^2$.



Например ширина (a) равна 200см, высота (b) равна 100см, площадь прямоугольника равна $S = 200 * 100 = 20000 \text{ см}^2$



Например сторона квадрата (a) равна 200см, тогда площадь квадрата равна $S = 200^2 = 40000 \text{ см}^2$.

3. Площадь ромба

3.1 Формула площади ромба по длине стороны и высоте

Площадь ромба равна произведению длины его стороны и длины опущенной на эту сторону высоты. $S = a \cdot h$

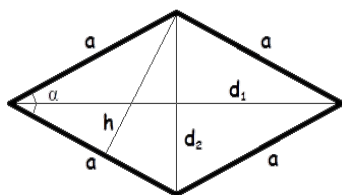
3.2 Формула площади ромба по длине стороны и углу

Площадь ромба равна произведению квадрата длины его стороны и синуса угла между сторонами ромба. $S = a^2 \cdot \sin \alpha$

3.3 Формула площади ромба по длинам его диагоналей

Площадь ромба равна половине произведению длин его диагоналей. $S = 1/2 * d_1 * d_2$

где S - Площадь ромба, a-длина стороны ромба, h- длина высоты ромба, α - угол между сторонами ромба, d_1, d_2 - длины диагоналей.



4. Площадь трапеции

4.1 Формула Герона для трапеции

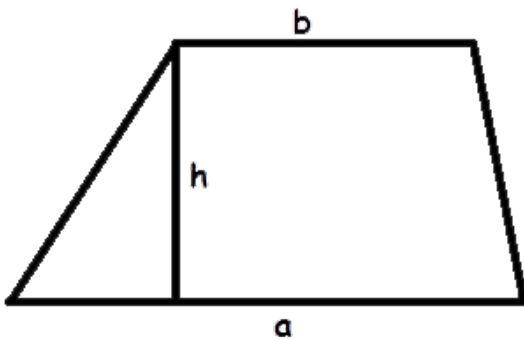
$$S = (a+b)/4 * |(a-b)| * \sqrt{((p-a)(p-b)(p-a-c)(p-a-d))}$$

4.2 Формула площади трапеции по длине основ и высоте

Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту

$$S = 1/2 * (a+b) * h$$

где S - Площадь трапеции, a, b- длины основ трапеции, c, d-длины боковых сторон трапеции, $p = (a+b+c+d)/2$ – полупериметр трапеции



Источник: <http://ru.onlinemschool.com/math/formula/area/#h5>

[Вернуться к содержанию.](#)